



# Une nouvelle méthode d'analyse de séries temporelles de coordonnées de stations

Karine Le Bail

Laboratoire de Recherche En Géodésie  
IGN Marne La Vallée

Colloque 2004 du GDR G2

Le Mans, 17-19 novembre 2004



- Problématique
- Outils statistiques utilisés :
  - L'Analyse en Composantes Principales
  - La variance d'Allan
- Méthode d'analyse de séries temporelles
- Applications à deux stations GPS :
  - Décomposition du signal tridimensionnel
  - Filtrage
- Conclusions
- Autres applications possibles

Colloque 2004 du GDR G2

Le Mans, 17-19 novembre 2004

## Problématique

- Séries temporelles : domaine de recherche récent en géodésie spatiale (Langbein et Johnson 1997, Zhang et al. 1997, Mao et al. 1999, Blewitt et Lavallée 2002, Williams 2004)
- Originalité de notre méthode : considération de l'évolution de la position dans un espace tridimensionnel

Colloque 2004 du GDR G2

Le Mans, 17-19 novembre 2004

## Outil statistique utilisé : l'Analyse en composantes principales

Colloque 2004 du GDR G2

Le Mans, 17-19 novembre 2004

## Théorie (1)

- Soit  $A(i, j)$  telle que :
  - $A(i,1)$  est la coordonnée X du point considéré à la date  $t_i$  ;
  - $A(i,2) = Y(t_i)$  ;
  - $A(i,3) = Z(t_i)$  .
- On calcule la matrice de variance-covariance empirique :

$$COV_A(k, l) = \sum_i \frac{(A(i, k) - \bar{A}_k)(A(i, l) - \bar{A}_l)}{n}$$

Colloque 2004 du GDR G2

Le Mans, 17-19 novembre 2004

## Théorie (2)

- Recherche des valeurs et vecteurs propres de la matrice  $COV_A$  ;
- Projection de chaque triplet  $(X(t_i), Y(t_i), Z(t_i))$  sur l'espace propre généré par les vecteurs propres précédents :

$$\begin{pmatrix} A(t_i) \\ B(t_i) \\ C(t_i) \end{pmatrix} = M' \begin{pmatrix} X(t_i) \\ Y(t_i) \\ Z(t_i) \end{pmatrix}$$

- On obtient trois composantes dont le pourcentage de variance est :  $P_l = \frac{I_l}{\sum_{m=1}^3 I_m}$

Colloque 2004 du GDR G2

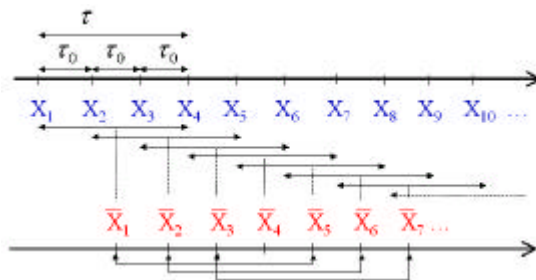
Le Mans, 17-19 novembre 2004

# Outil statistique utilisé pour l'interprétation : la variance d'Allan

Colloque 2004 du GDR G2

Le Mans, 17-19 novembre 2004

## Variance d'Allan



$(X_j)_{j \in I}$  sont les  
mesures étudiées  
 $t$  est le temps  
d'échantillonnage

- Variance d'Allan :  $s_X^2(t) = \frac{1}{2} \langle (\bar{X}_{k+1} - \bar{X}_k)^2 \rangle$
- Sa représentation :

$$\log(s^2(t)) = m \log(t), \text{ pour } t = t_0, 2t_0, 4t_0, \dots$$

Colloque 2004 du GDR G2

Le Mans, 17-19 novembre 2004

## Variance d'Allan et loi de densité spectrale

- Soit  $S_x(f) = h_a f^a$  la densité spectrale du processus :

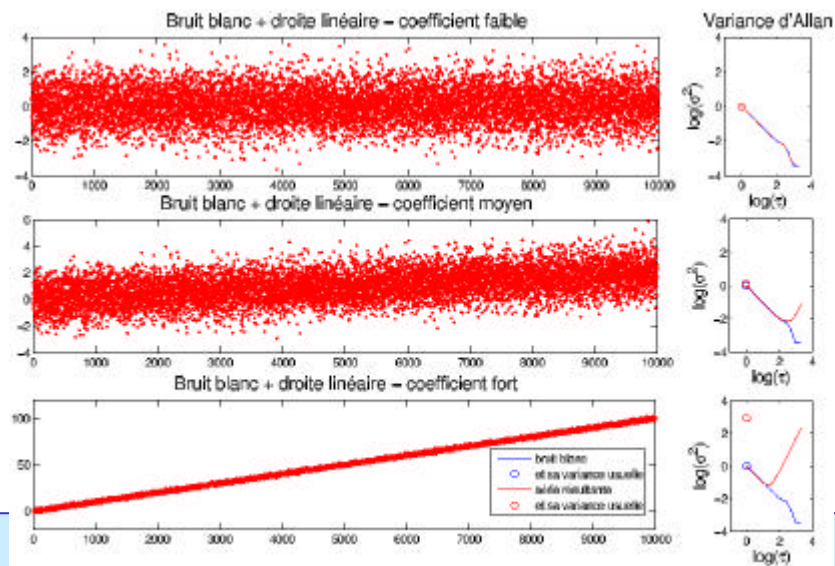
$$s_x^2(\mathbf{t}) = \frac{1}{\text{card}(I)t_0} \sum_{i \in I} S_x(f_i) \frac{2 \sin^4(\mathbf{p}t f_i)}{(\mathbf{p}t f_i)^2}$$

Bruit blanc      Bruit de scintillation      Marche aléatoire

- Détermination du bruit :
  - $a = 0 \Leftrightarrow$  bruit blanc  $\Leftrightarrow m = -1$
  - $a = -1 \Leftrightarrow$  bruit de scintillation  $\Leftrightarrow m = 0$
  - $a = -2 \Leftrightarrow$  marche aléatoire  $\Leftrightarrow m = 1$

Le Mans, 17-19 novembre 2004

## Sensibilité à une pente



## Sensibilité à un signal périodique

- Une perturbation périodique se traduit sur la variance d'Allan par un biais de valeur :

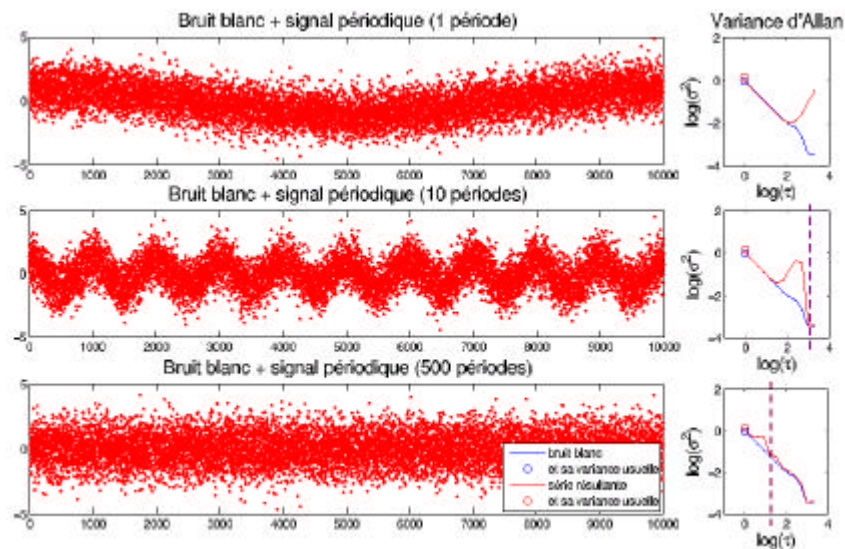
$$A^2 \frac{\sin^4(\pi t n_0)}{(\pi t n_0)^2}$$

où la fréquence du signal périodique est  $\frac{1}{n_0}$  .

Donc, sur la courbe log/log, des sauts espacés de  $\frac{1}{n_0}$  peuvent être la signature d'une perturbation de période  $\frac{1}{n_0}$  .

Colloque 2004 du GDR G2

Le Mans, 17-19 novembre 2004



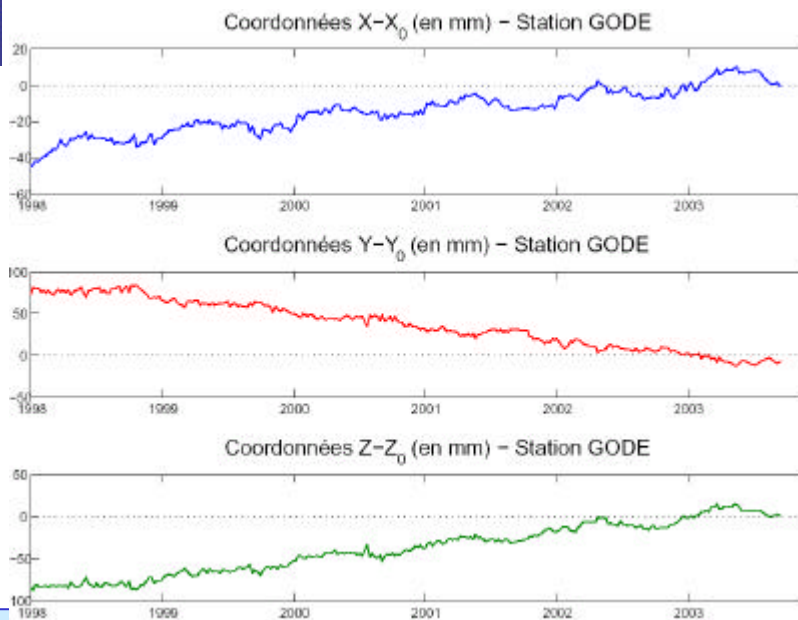
Le Mans, 17-19 novembre 2004

## Données

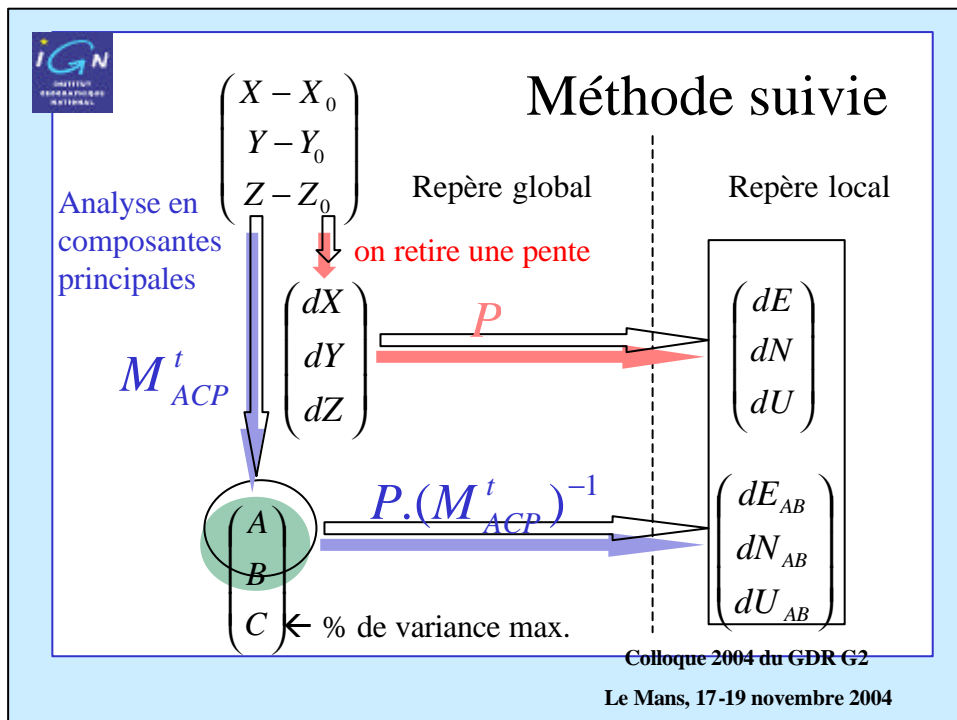
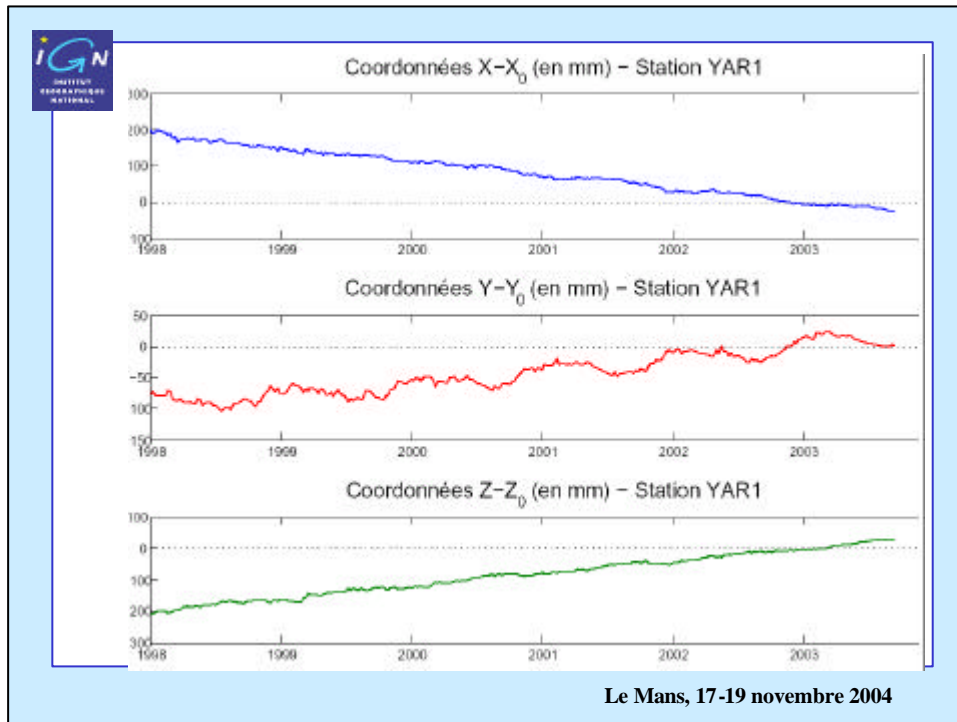
- Stations GPS :
  - Goldstone (GODE) aux Etats-Unis
  - Yarragadee (YAR1) en Australie
- Coordonnées (X,Y,Z) calculées par le centre CODE
- Fichiers SINEX (réseau de plus de 200 stations GPS, observations entre janvier 1998 et octobre 2003)
- Mise en référence avec CATREF (Jean-Matthieu Nocquet)

Colloque 2004 du GDR G2

Le Mans, 17-19 novembre 2004



Le Mans, 17-19 novembre 2004

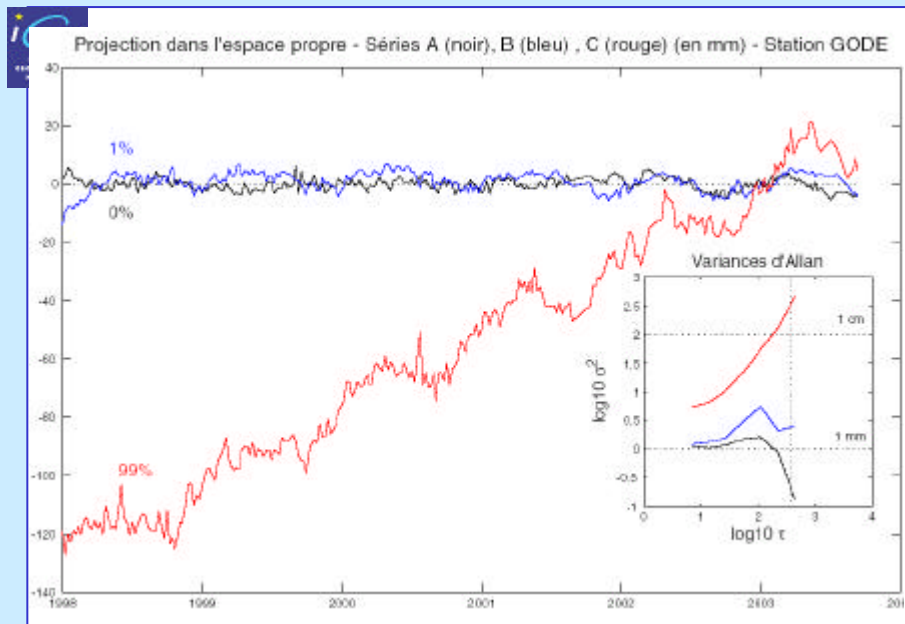




# Décomposition du signal tridimensionnel par l'Analyse en Composantes Principales

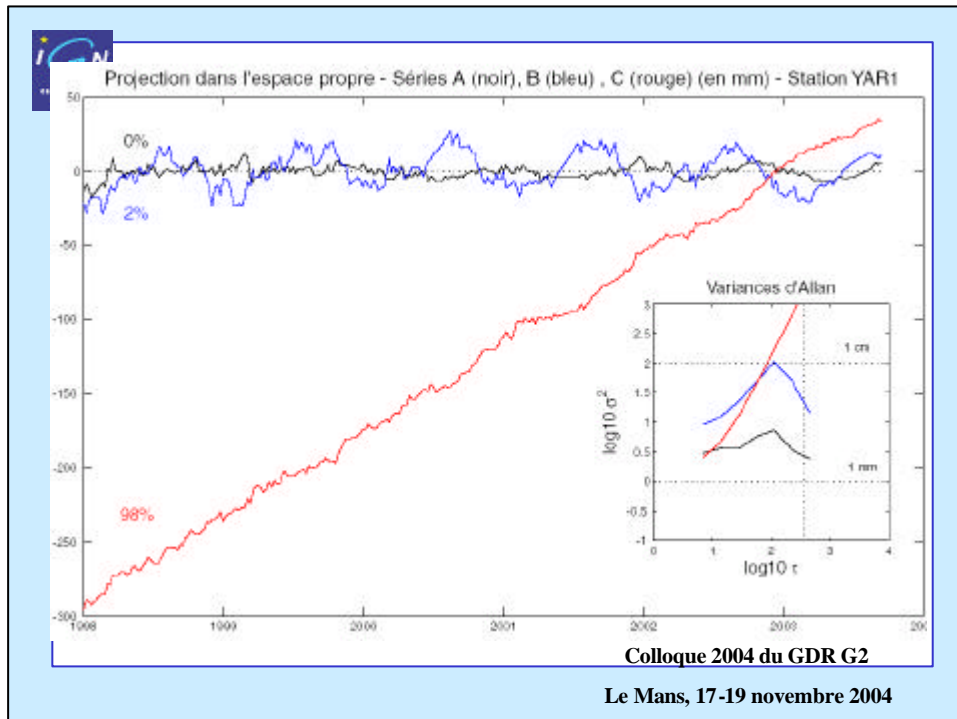
Colloque 2004 du GDR G2

Le Mans, 17-19 novembre 2004



Colloque 2004 du GDR G2

Le Mans, 17-19 novembre 2004

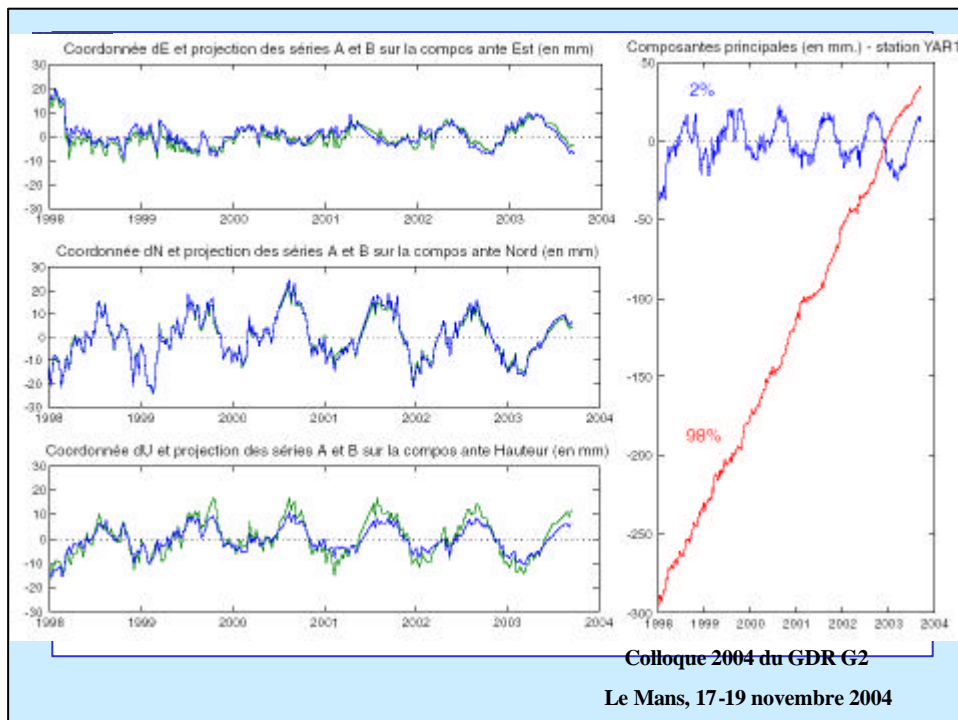
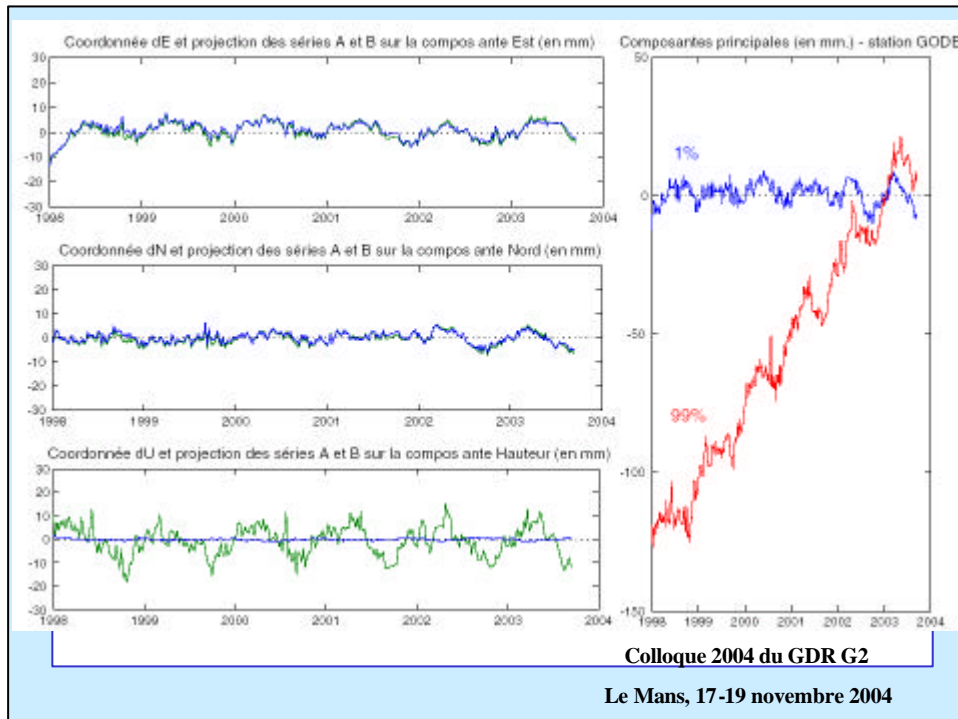


IGN  
INSTITUT  
GÉOGRAPHIQUE  
NATIONAL

Filtrage du signal par la première  
composante principale déterminée

Colloque 2004 du GDR G2

Le Mans, 17-19 novembre 2004



## Conclusions

- Le signal dominant des séries temporelles de coordonnées de stations comporte une pente, un bruit et parfois un signal périodique.
- Les deux autres composantes principales du signal sont souvent des signaux périodiques de phase différente mais de période identique (1 an).
- La méthode proposée permet :
  - de lisser les séries;
  - de dissocier les signaux périodiques selon les composantes de l'espace local (E,N,U).

Colloque 2004 du GDR G2

Le Mans, 17-19 novembre 2004

## Applications possibles

- Détermination de vitesses de stations;
- Investigation du contenu non linéaire des séries temporelles de coordonnées de stations de plusieurs techniques (DORIS, GPS, VLBI, SLR/LLR) et confrontation entre les techniques;
- Détermination de critères pour le choix d'un réseau de stations optimal.

Colloque 2004 du GDR G2

Le Mans, 17-19 novembre 2004