

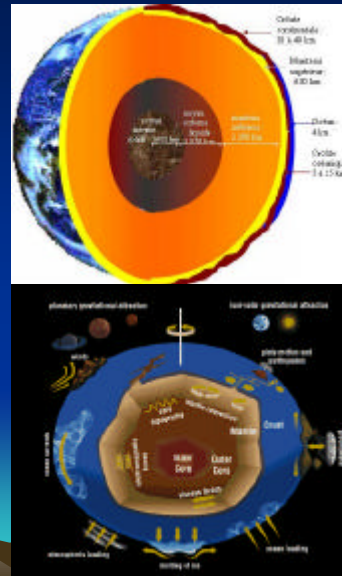
Combinaison bayésienne GRAVI-VLBI pour les paramètres de la résonance du noyau (FCN - NDFW)

Sponsors:

INSU - CNRS - UNIVESITES

"DyEtI"

Leonid Petrov
Muriel Llibes
Jacques Hinderer
Nicolas Florsch
Jean-Paul Boy

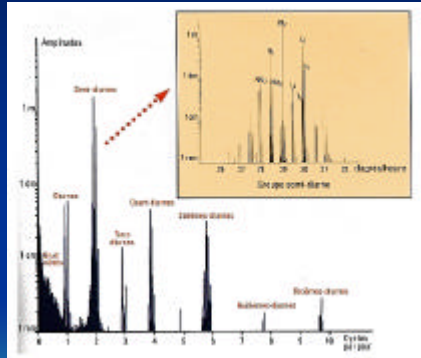


Quoi c'est la FCN ????

- La nutation libre du noyau (FCN) implique un non alignement des axes de rotation du noyau et du manteau. Elle a une période de 432 jours (à voir...) dans le référentiel céleste, mais est "presque diurne" dans le référentiel attaché à la Terre solide.
- L'observer donne des infos sur l'aplatissement de la "CMB" (→ période, liée à la force de rappel) et à la dissipation à l'interface (facteur de qualité)
- Son observation peut se mesurer par son impact sur la rotation de la Terre, cette dernière étant mesurée par rapport à l'espace lointain (VLBI)
- Ou alors... par les variations de gravité et la déformation qu'elle induit, par couplage avec le manteau, jusqu'en surface...
 → accès par la gravimétrie, le GPS(?), l'inclinométrie, et le VLBI *détourné*

Mode libre un peu forcé...

- La nutation peut être excitée par des sollicitations diverses: atmosphères... océans... séismes...
- hélas, l'énergie « récupérée » par le noyau est bien faible
- En fait nous avons une bonne fonction d'excitation: les forces de marées, qui, justement, sont proches de la fréquence propre!
→ résonance au voisinage des ondes diurnes!!!



Les nombres de Love:

$$u_r = \sum_{n \geq 2} H_n(r) \frac{W_n}{g} \rightarrow h_n \text{ en surface}$$

$$u_\theta = \frac{1}{g} \sum_{n \geq 2} L_n(r) \frac{W_n}{g} \rightarrow l_n \text{ en surface}$$

$$V = \sum_{n \geq 2} K_n(r) W_n + V_0 \rightarrow k_n \text{ en surface}$$

... autres observables:

$$\text{Gravimétrie : } \delta_2 = 1 + h_2 - \frac{3}{2} k_2$$

qui amplifie la variation qui serait observée si la Terre était rigide :

$$\Delta g = -\delta_2 \frac{dW_2}{da} \text{ (pour le degré 2)}$$

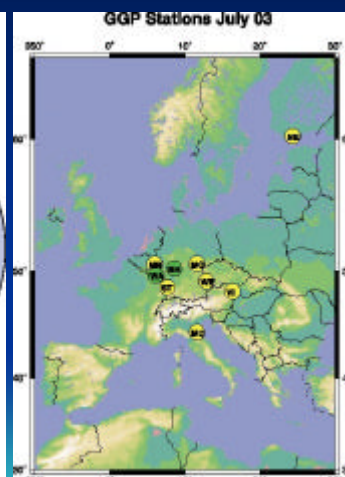
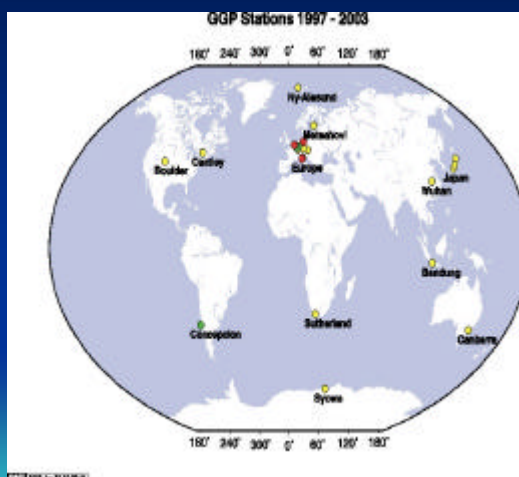
Déviation de la verticale - inclinaison :

$$i = \frac{1 + k_2 - h_2}{g} \frac{\partial W_2}{\partial \theta} \text{ dans le plan méridien}$$

Les instruments et sites: le VLBI



Gravimètres cryogéniques



Formulation de la résonance du noyau pour la gravimétrie

$$\delta^{\text{obs}}(\sigma) = \delta_0 + \frac{a}{\sigma - \sigma_{\text{nd}}} + C + \varepsilon$$

où :

σ est la fréquence

σ_{nd} est la fréquence de résonance "presque diurne"

δ_0 est le facteur δ en l'absence de résonance

a relève de la fonction de transfert du manteau

C est la charge

$$Q = \frac{\text{Re}(\sigma_{\text{nd}})}{2\text{Im}(\sigma_{\text{nd}})}$$

... en notant que $\text{Im}(\sigma_{\text{nd}})$ est TRÈS PETIT affecté par les erreurs de modélisation de la surcharge océanique → une inversion brutale peut donner des facteurs de qualité négatifs !

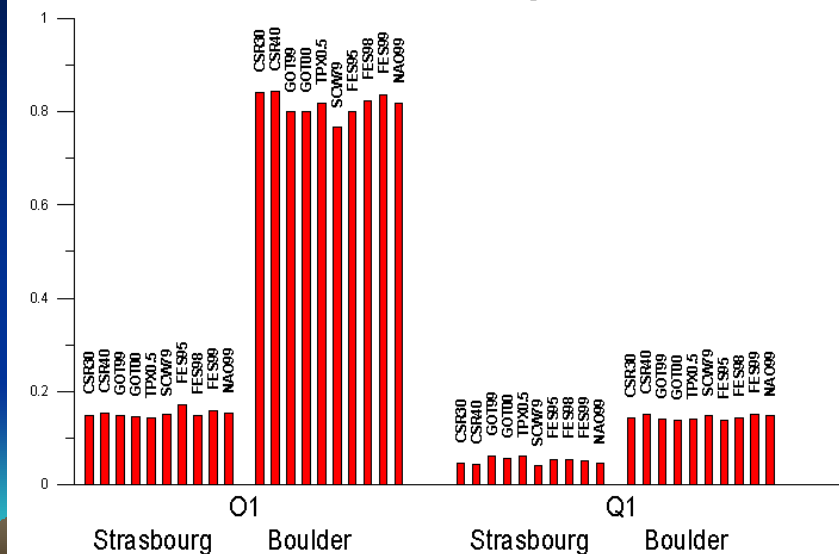
Formulation de la résonance du noyau pour le déplacement radial donné par le VLBI:

$$h(\sigma) = h_0 + \frac{b}{\sigma - \sigma_{\text{nd}}} + \varepsilon$$

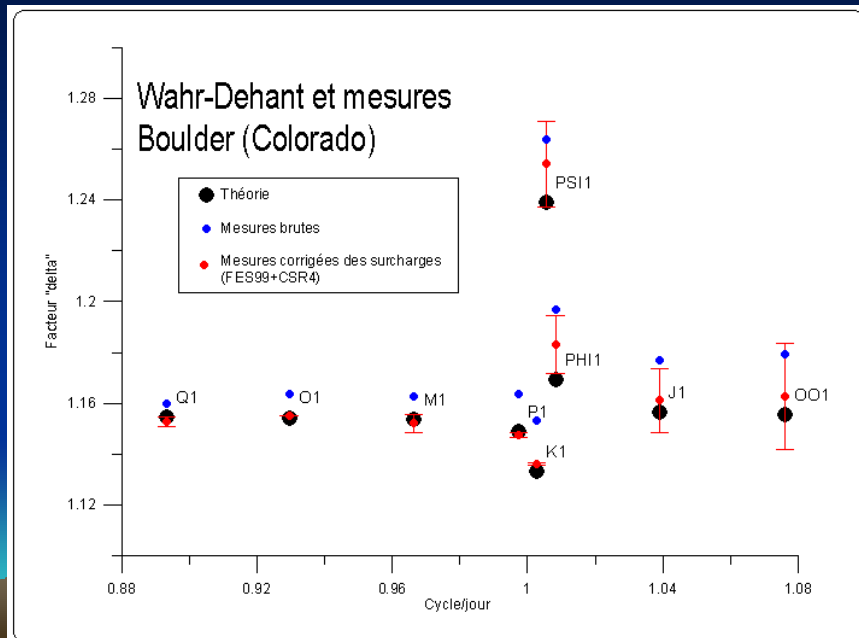
La surcharge est incluse dans le traitement global effectué pour la détermination de h

Modèles de surcharge

Amplitude modèle (microGal) de la surcharge des onde O1 et Q1 à Strasbourg et Boulder



Résonance et corrections de surcharge



Méthode inverse

- On a une panoplie de bonnes méthodes, dont beaucoup sont des variantes de la méthode des moindres carrés (autre norme, chemins particuliers dans l'espace des paramètres etc.)
- Mais en fait il n'y a qu'une méthode bonne, qui consiste à transférer dans l'espace des paramètres *les connaissances dont on dispose dans l'espace des données – ou, plus généralement, à décrire l'espace conjoint des données et des paramètres*
- Parce que l'information dont on dispose sur les données EST probabiliste (souvent supposée gaussienne), la solution du problème inverse EST la densité de probabilité que l'on peut en déduire sur les paramètres.
- C'EST UN CHANGEMENT DE PARADIGME, car cela conduit à tout revisiter avec cette vision (voir « Quest of Information », TV 82)
- Cette approche est bien documentée, « chez nous », par Albert Tarantola (voir google tarantola web page)

Formulation pratique

Après plusieurs hypothèses simplificatrices:

$$p(m|d) = \frac{\rho(m) \exp \left[- (d - G(m))^T C_{dd}^{-1} (d - G(m)) \right]}{\mu(m)}$$

où

d : sont les N données

m : sont les M paramètres à inverser

C_{dd} : est la matrice de covariance des données ($N \times N$)

$\rho(m)$: est la densité de proba *a priori*

$\mu(m)$: est la loi de non-information (ou "nulle")

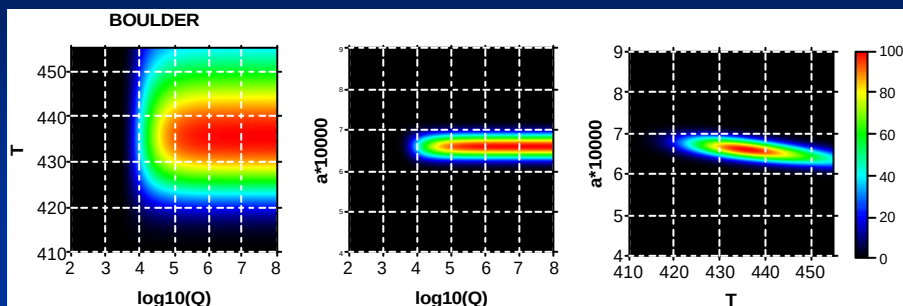
Mais cela suppose *explorer sur une grille* l'espace des paramètres.

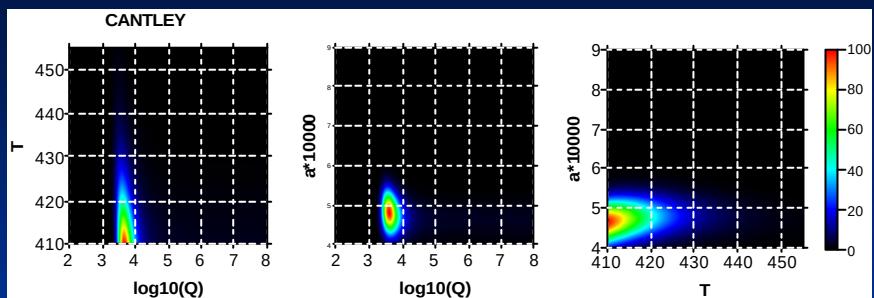
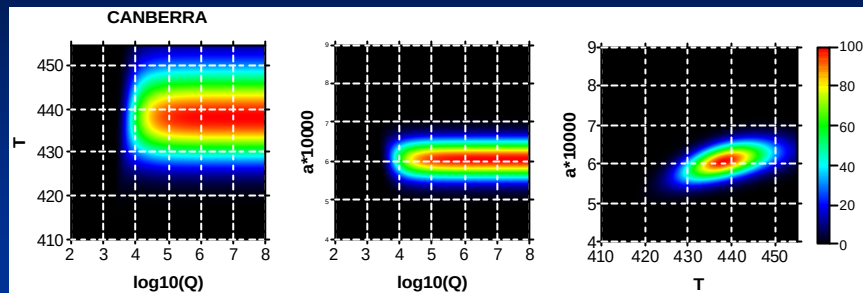
Si on a M paramètres avec un balayage sur 100 points, cela fait 100^M calculs directs → impossible au-delà de 5 ou 6 paramètres ...

Par ailleurs, la solution est une *densité de probabilité*, ce qui conduit à plein de pièges: le maximum (qui est aussi le minimum pour la méthode des moindres carrés) n'est pas forcément significatif (exemple au tableau...)

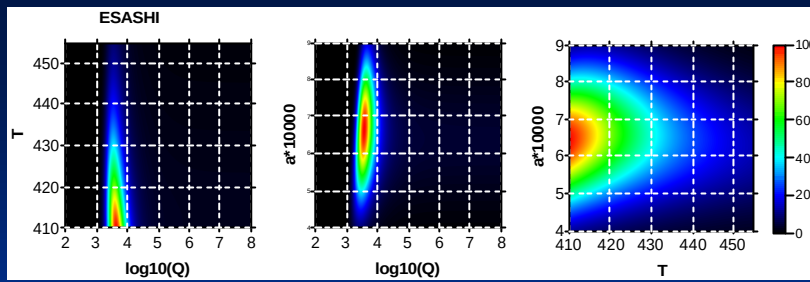
Enfin, comment représenter une fonction de 36 variables??? → on ne représente que les *lois marginales*...

Voyons les inversions gravi





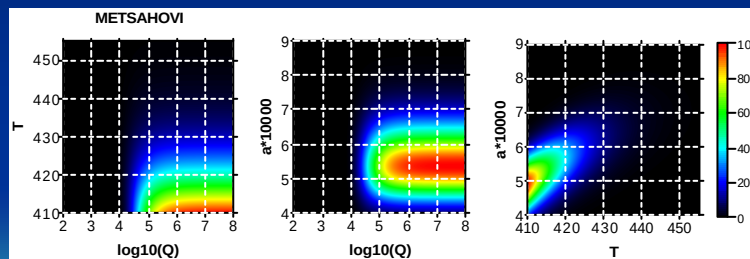
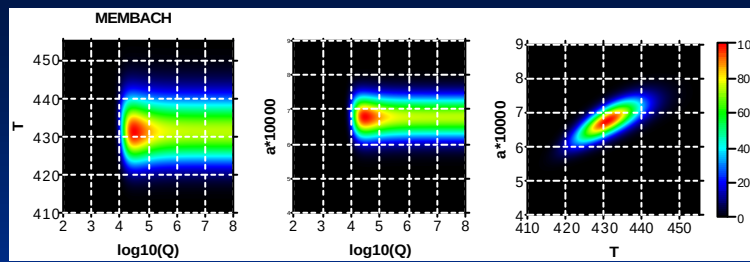
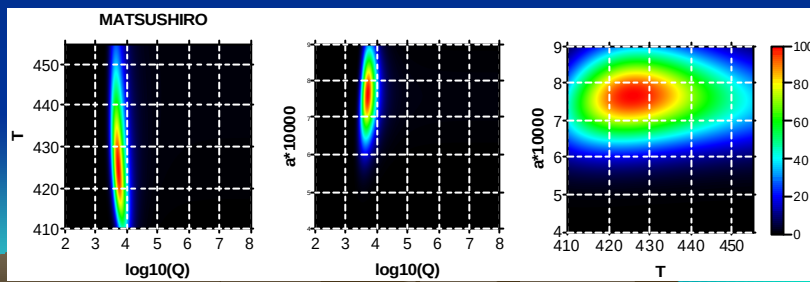
Mais... $\delta^{\text{théo}}=1.15360$
 $\delta^{\text{obs}}=1.16464$ (+/-0.00004 ou +/-0.00012)
 $\delta^{\text{corrigé}}=1.15585$ +/-0.00014
 ... il y a un problème dans la calibration???
 Ou dans la correction de surcharge???

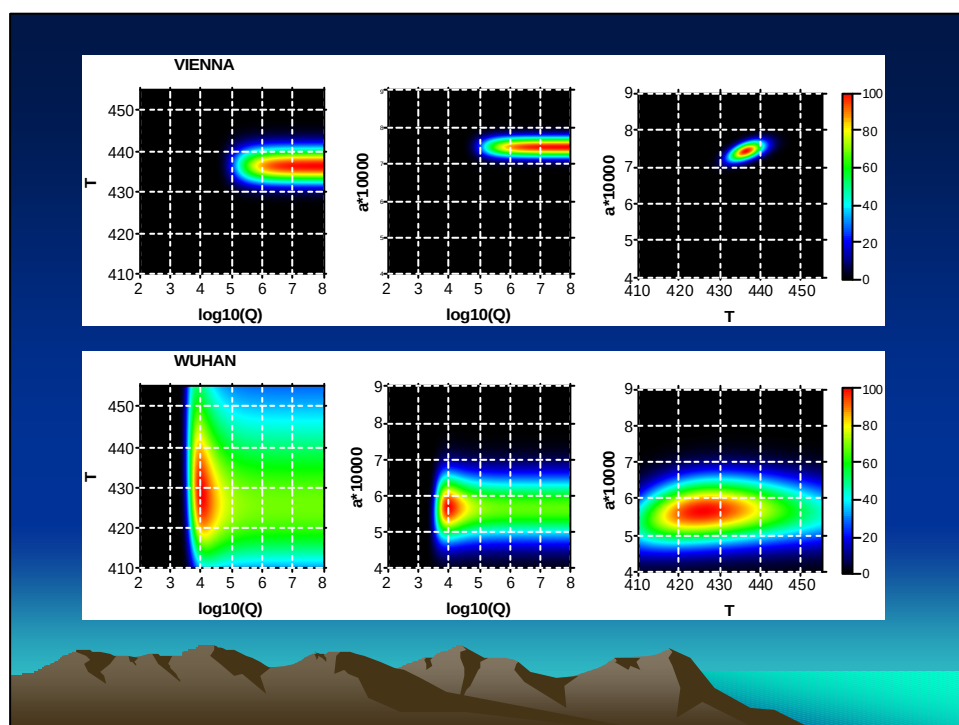
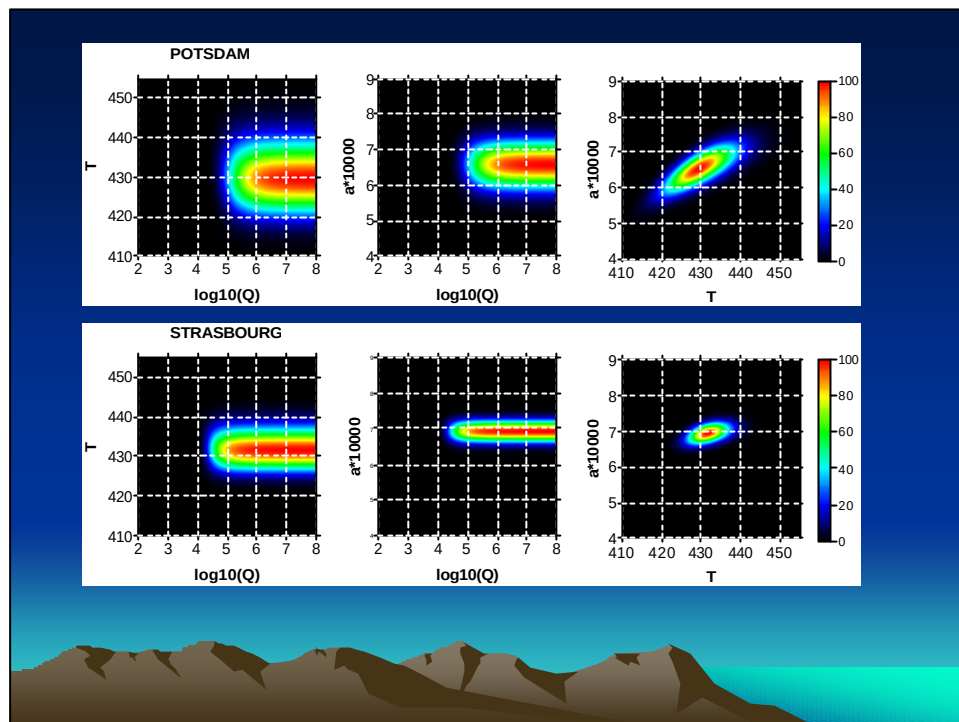


Avant correction: 1.22109 +/- 0.00014

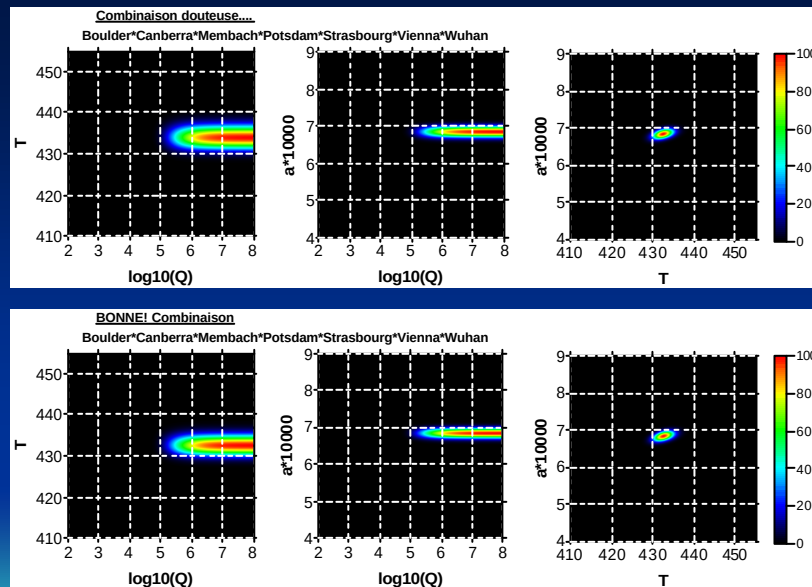
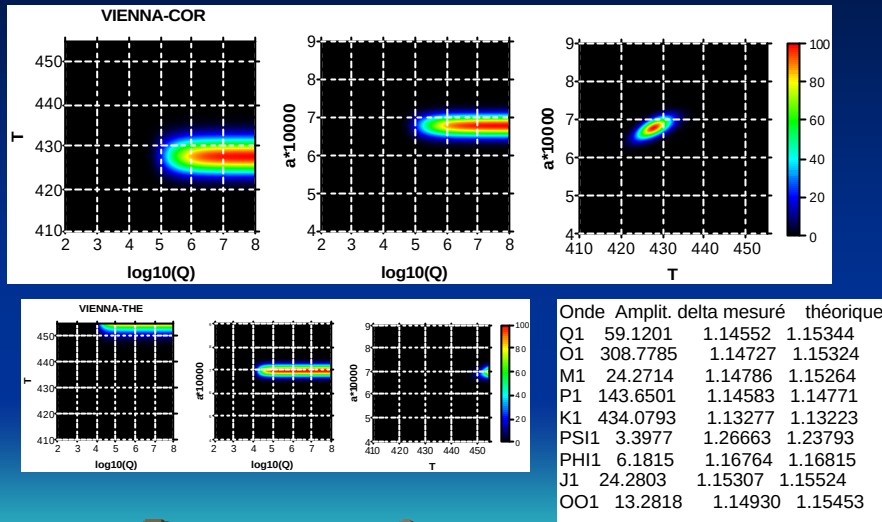
$\delta_{obs}=1.156 \pm 0.009$

$\delta_{théo}=1.15446$

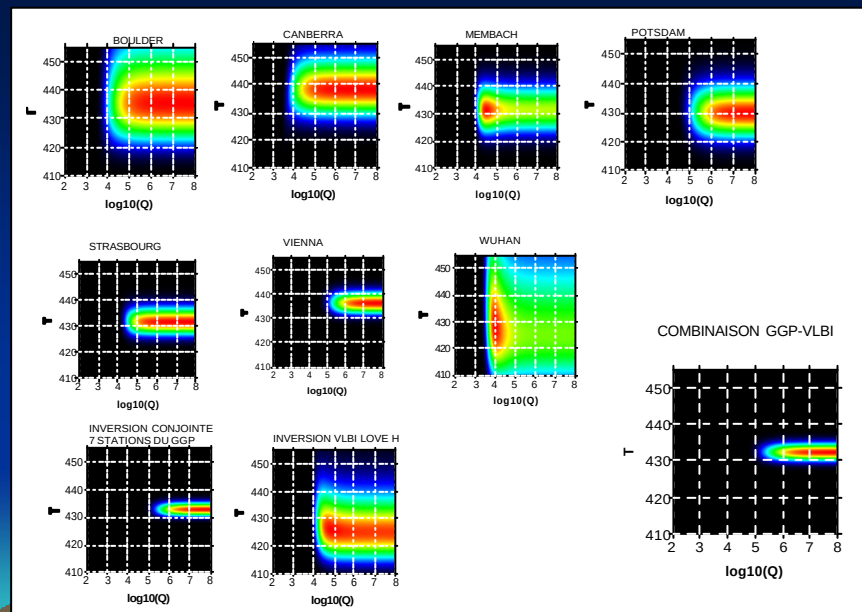
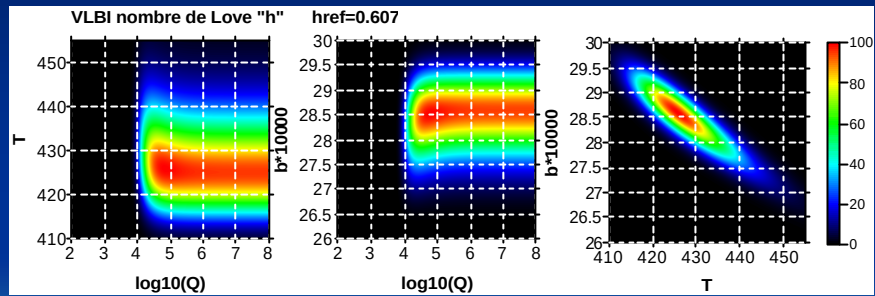




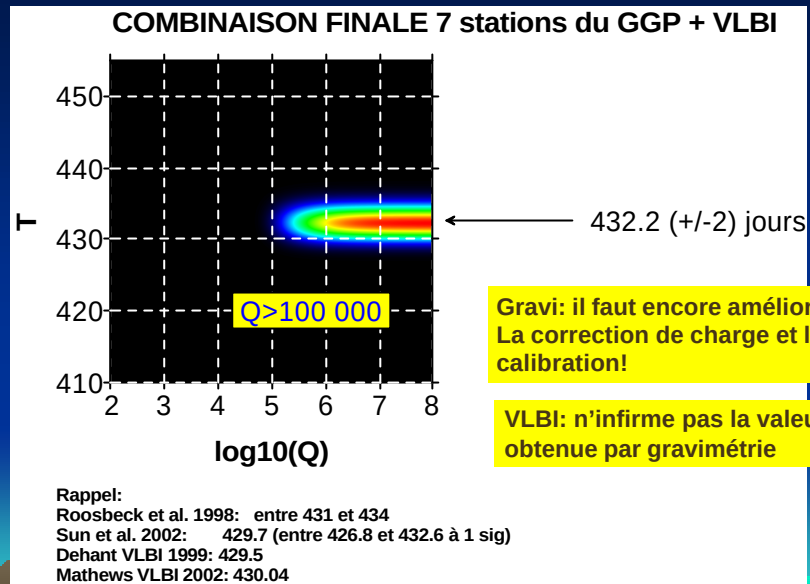
Vienna: peu de surcharge → problème de calibration?



Solution par le VLBI (h)



Résultat et conclusions



Perspective: plus de stations GGP + modèles récents de surcharge