



# Couplage à l'interface Noyau-Manteau

**Bérangère DELEPLACE et Philippe CARDIN**

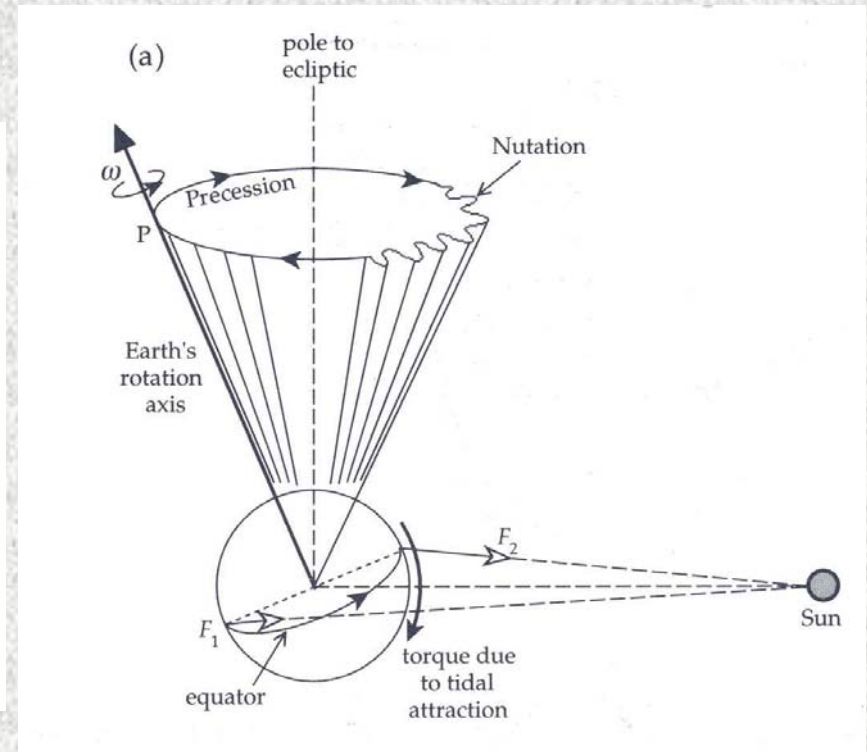
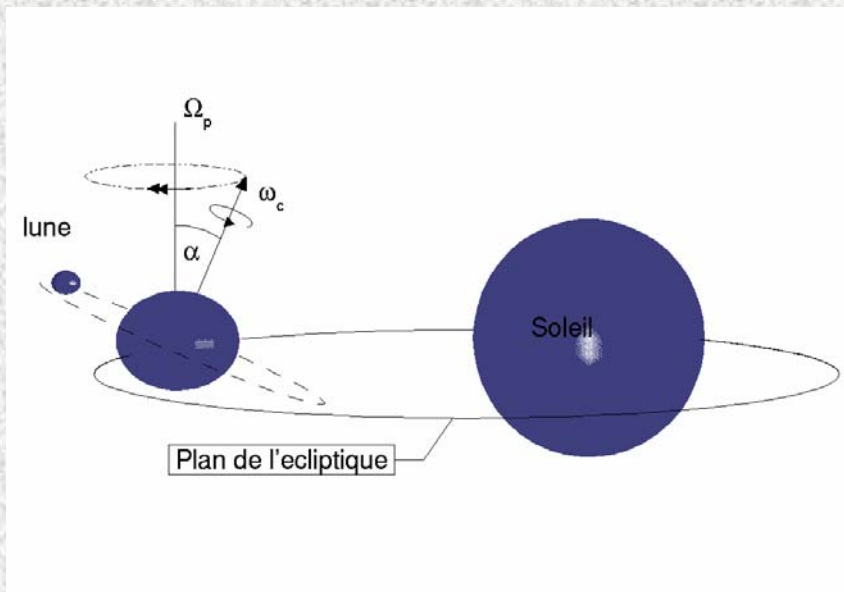
Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique (**L.G.I.T**)  
Grenoble

Contact: [Berangere.Deleplace@obs.ujf-grenoble.fr](mailto:Berangere.Deleplace@obs.ujf-grenoble.fr)

# Plan

- De l'observation aux propriétés de l'interface noyau manteau
- Calcul du couple
- Étude de l'influence des paramètres et comparaison avec les observations

# Précession et nutation de la Terre



# Des modèles de nutations à l'intérieur de la Terre

- La **réponse de la terre** aux forçages gravitationnels externes (lune, soleil)...est **fonction de sa structure interne**

Observations de l'axe de rotation instantané de la terre par données V.L.B.I

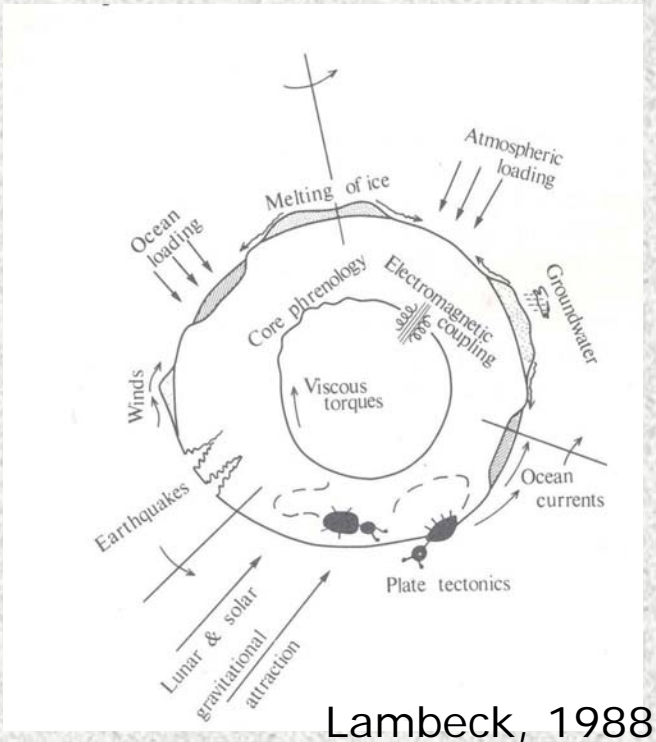


Valeur inversée de la constante de couplage à l'interface noyau-manteau  $K^{CMB}$

Modèle de nutations Mathews, 2002 (effets des marées d'océans, couplages aux interfaces (CMB, ICB))



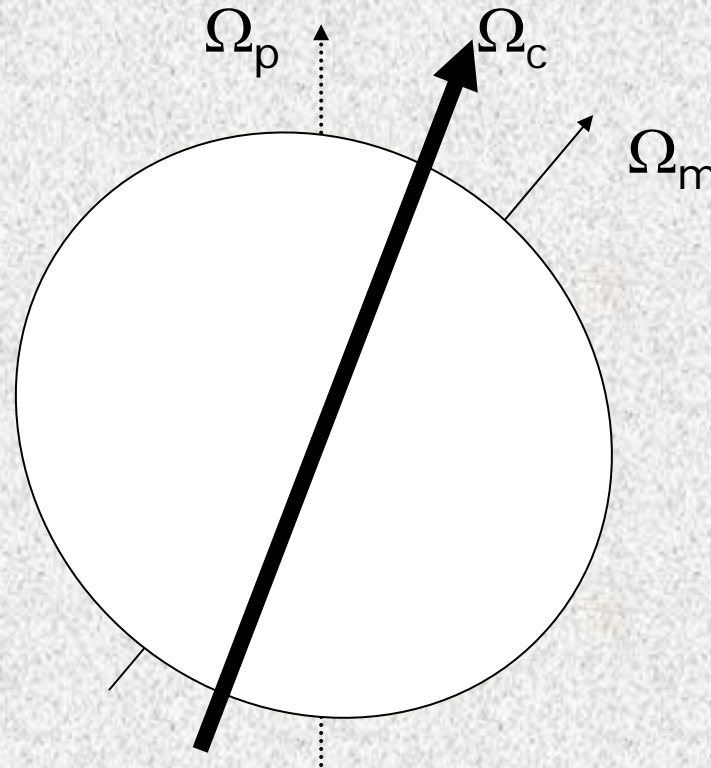
# Caractérisation du couplage



Le calcul de la contribution des couples (visqueux, magnétique, topographique) confronté aux informations déduites des observations permet d'évaluer certaines grandeurs à la frontière noyau-manteau (C.M.B)

Etude de la dynamique qui va engendrer un couplage

# Non-alignement des axes de rotations du noyau liquide et du manteau



Au premier ordre, fluide en rotation solide (mode de Poincaré)

# Etude de la dynamique

## Équation pour le manteau

$$\frac{\partial \mathbf{b}_M}{\partial t} - E_m^M \Delta \mathbf{b}_M = 0$$

## Équations pour le noyau

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} - E_m \Delta \mathbf{b} = \beta \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial r}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + 2\mathbf{e}_z \times \mathbf{v} - \mathbf{E} \Delta \mathbf{v} = -\nabla P + E_m \Lambda \beta \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial r}$$

$$\bar{\Gamma}_m = \frac{i}{2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \beta [(1 + \cos \theta) b_+|_{(r=1)} + (1 - \cos \theta) b_-|_{(r=1)}] \exp(i\varphi) \sin \theta d\theta d\varphi$$
$$\bar{\Gamma}_v = i\pi \int_0^\pi [(1 + \cos \theta) \frac{\partial v_+^{(-)}}{\partial r}|_{(r=1)} + (1 - \cos \theta) \frac{\partial v_-^{(-)}}{\partial r}|_{(r=1)}] \sin \theta d\theta$$

Observation des nutations:

$$K^{CMB} = \frac{\bar{\Gamma}}{iI\omega_M}$$

# Les grandeurs importantes

$$\Lambda = \frac{\sigma B_0^2 r^2}{\rho \Omega}$$

La Terre

0.1-1

$$E_m = \frac{\eta}{\Omega R^2} = \frac{\eta}{\nu} E$$

$10^{-9}$  pour le noyau

$10^{-9}$ - $10^{-6}$  pour le manteau

$$E = \frac{\nu}{\Omega R^2}$$

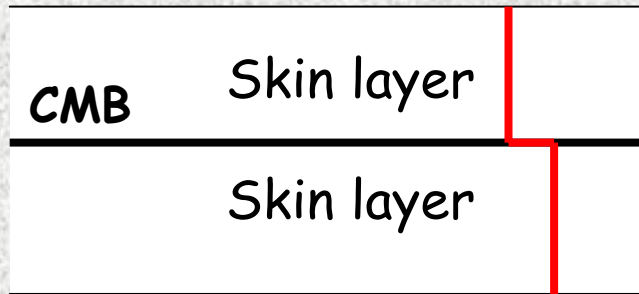
$10^{-16}$  si viscosité moléculaire

$10^{-16}$ - $10^{-9}$  si viscosité apparente

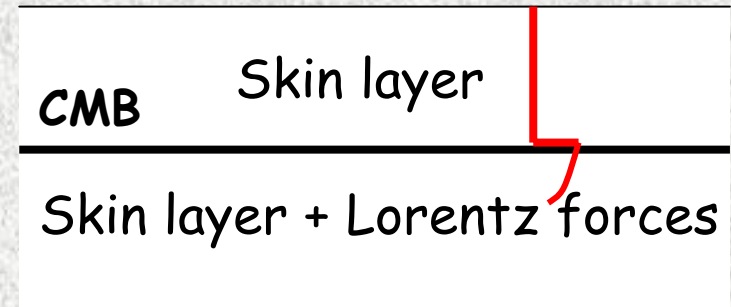


# Modélisation de la CMB dans le cadre des nutations (comparaison avec d'autres études)

L'approximation de **Weak field**:



Buffet et al 1992



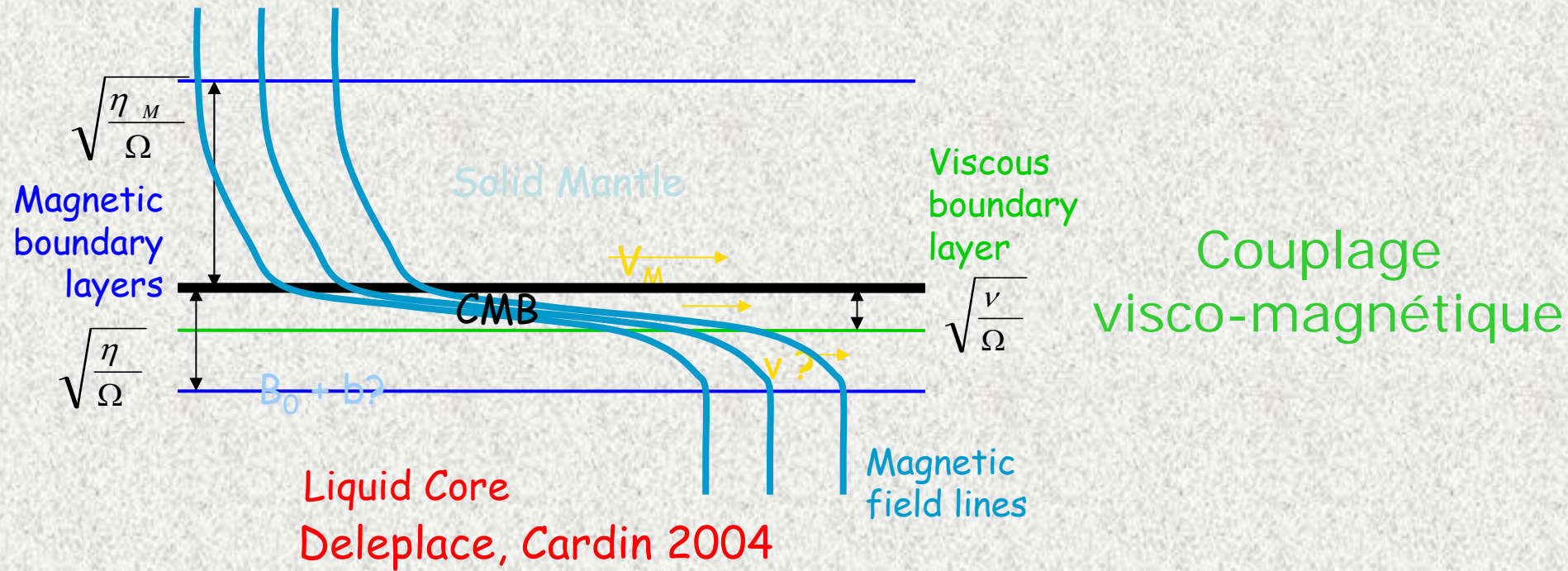
Buffet et al 2000

Couplage magnétique

Expliquent les données de nutations grâce à:

- . **conductivités égales** entre le noyau et le manteau
- . **Beaucoup d'énergie dans les petites échelles** du champ imposé.

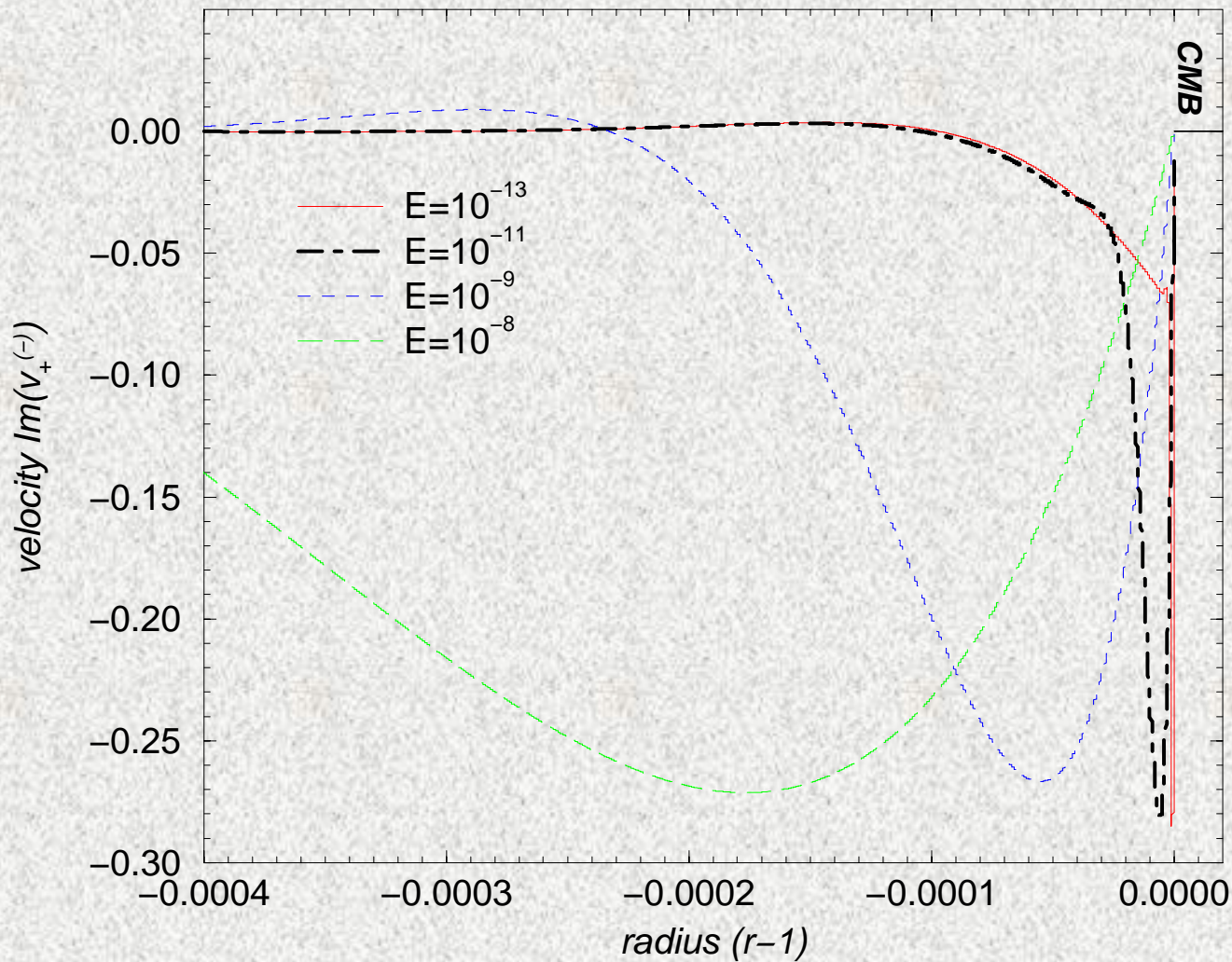
# Modèle à deux couches



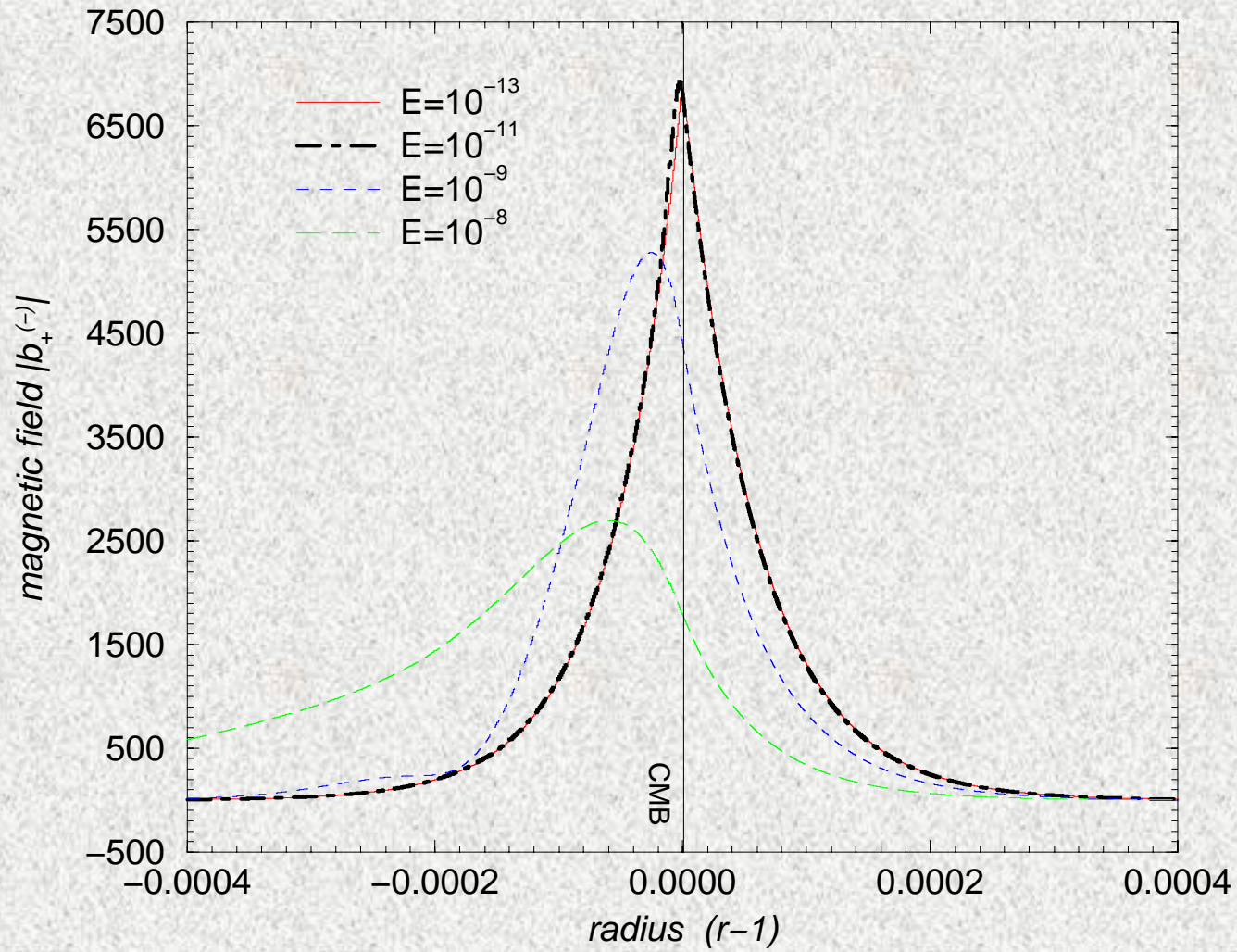
- couplage fonction de
 

{	$E$	• Viscosité du noyau
	$E_m^M$	• Conductivité du manteau
	$\Lambda$	• Intensité de $\vec{B}$
	$\beta$	• Géométrie de $\vec{B}$

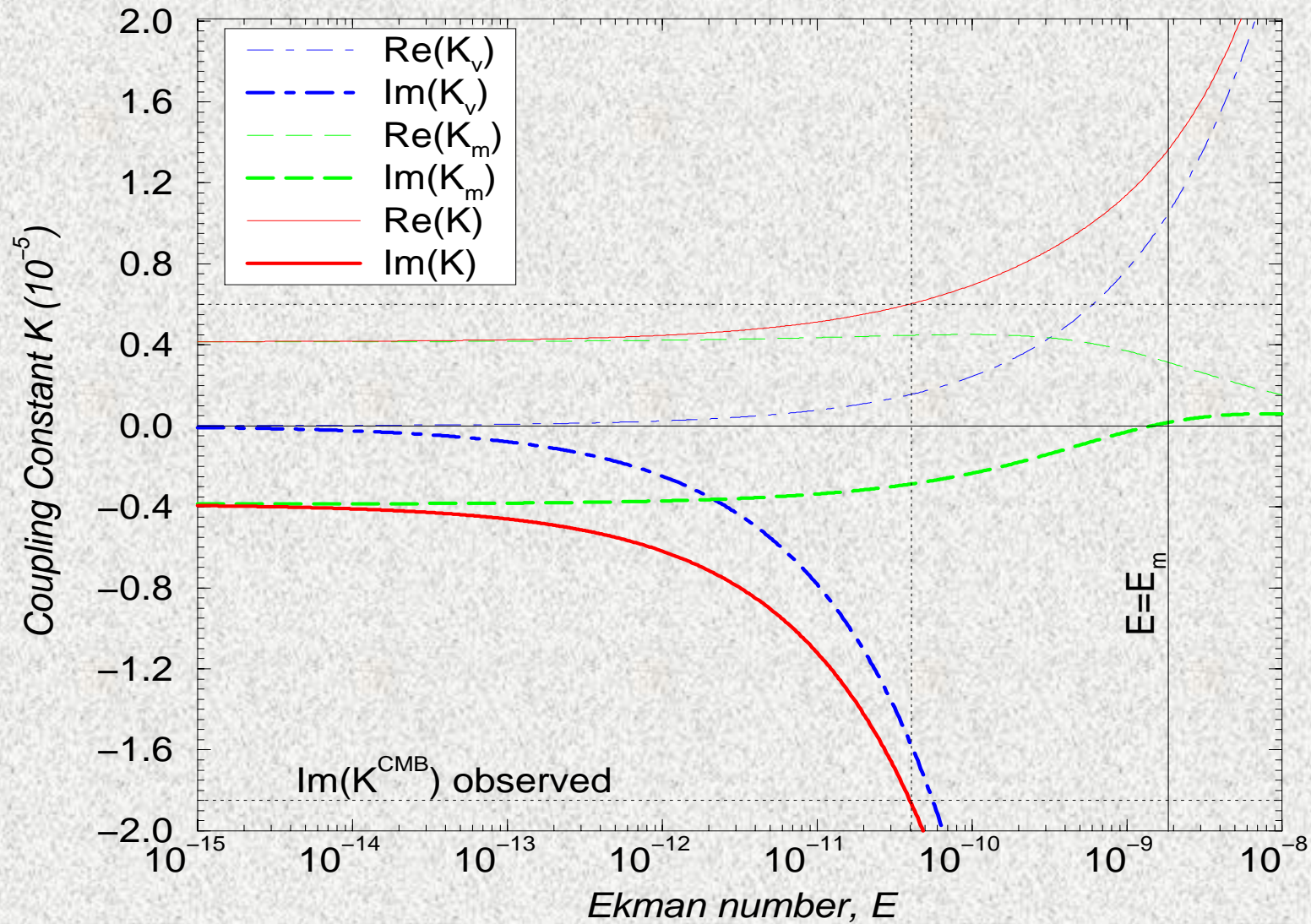
# Profile du champ de vitesse



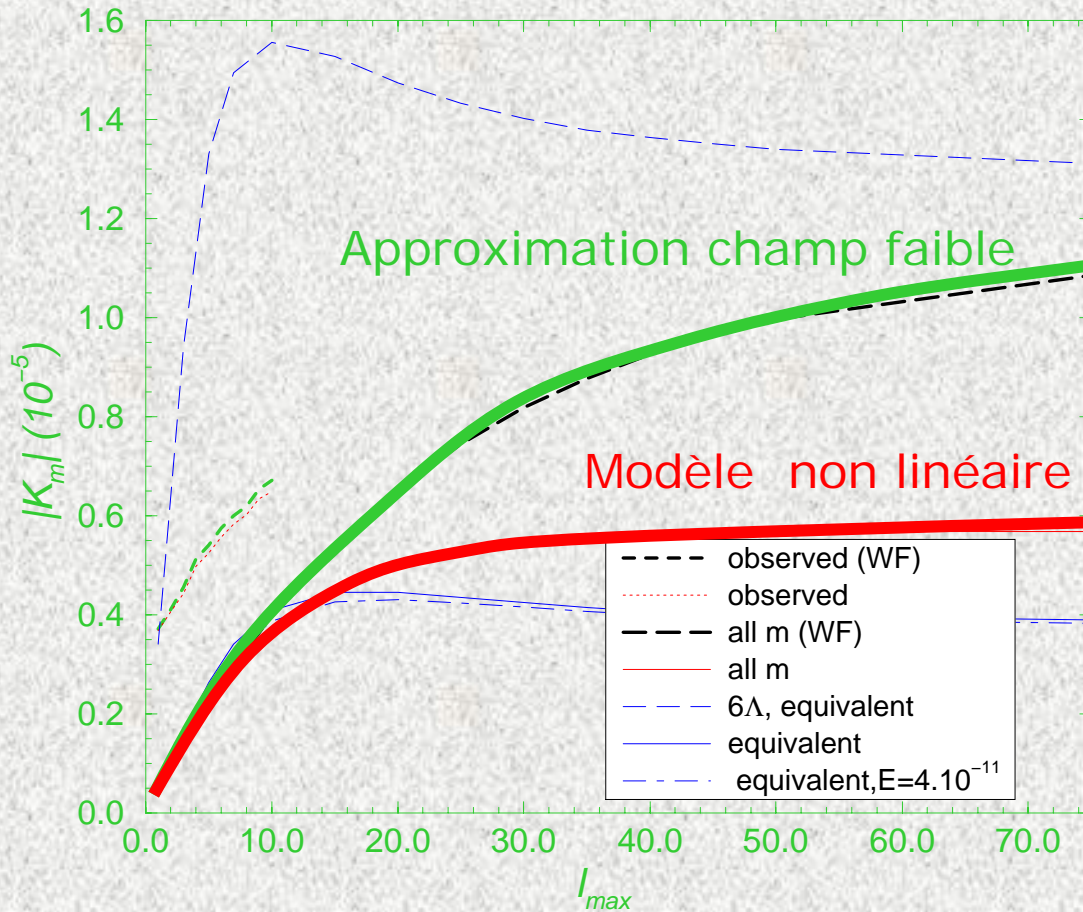
# Profile du champ de magnétique



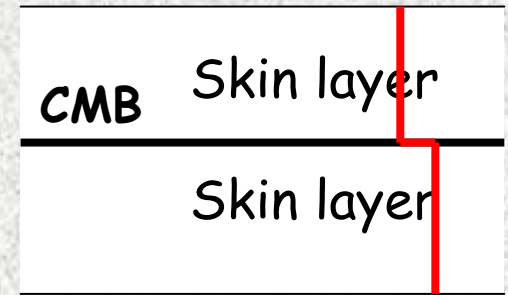
# Influence de la viscosité



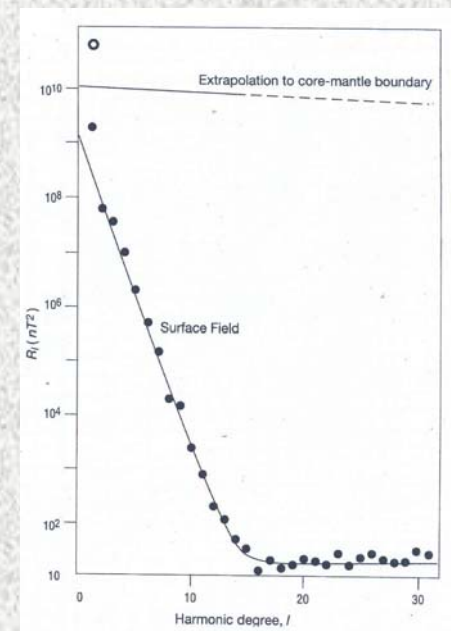
# Influence de la géométrie du champ magnétique



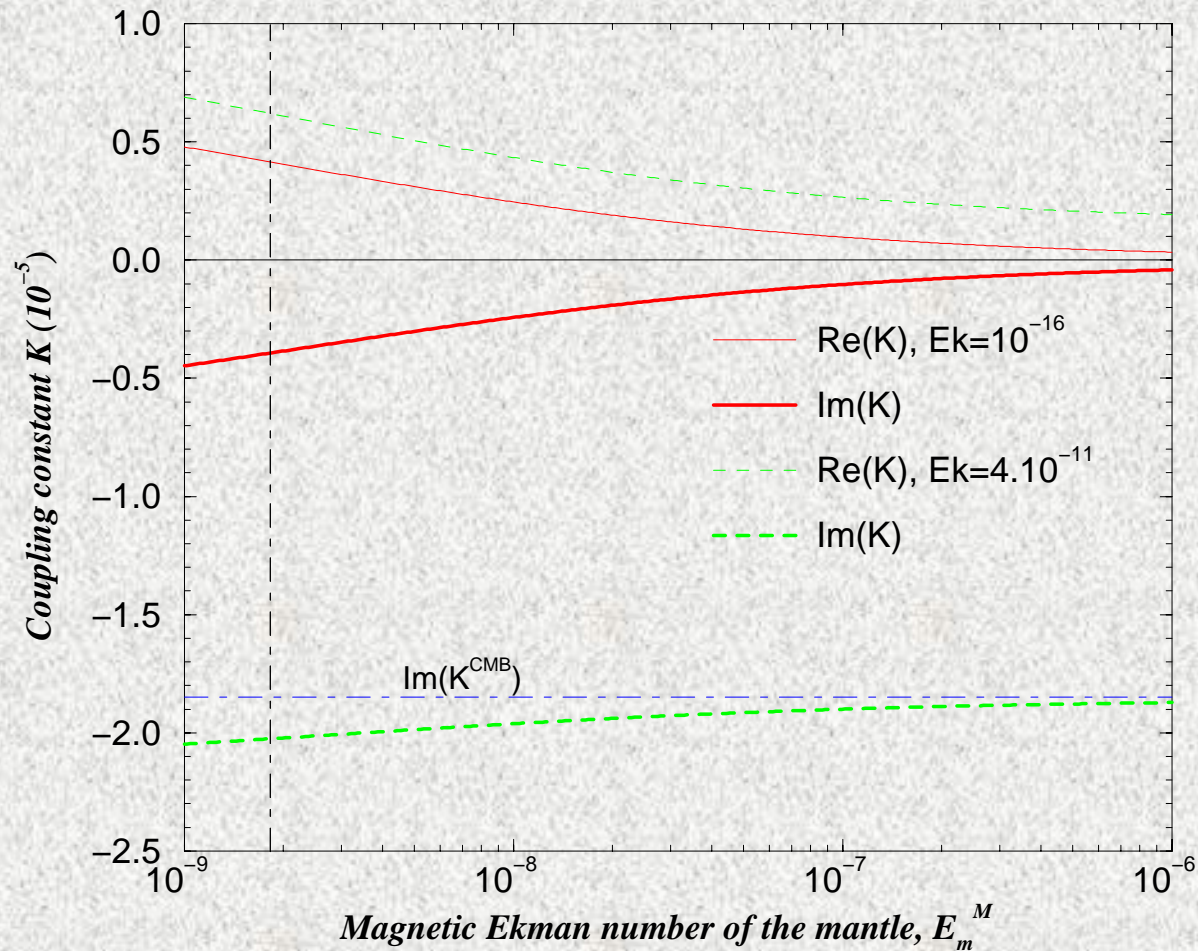
WF



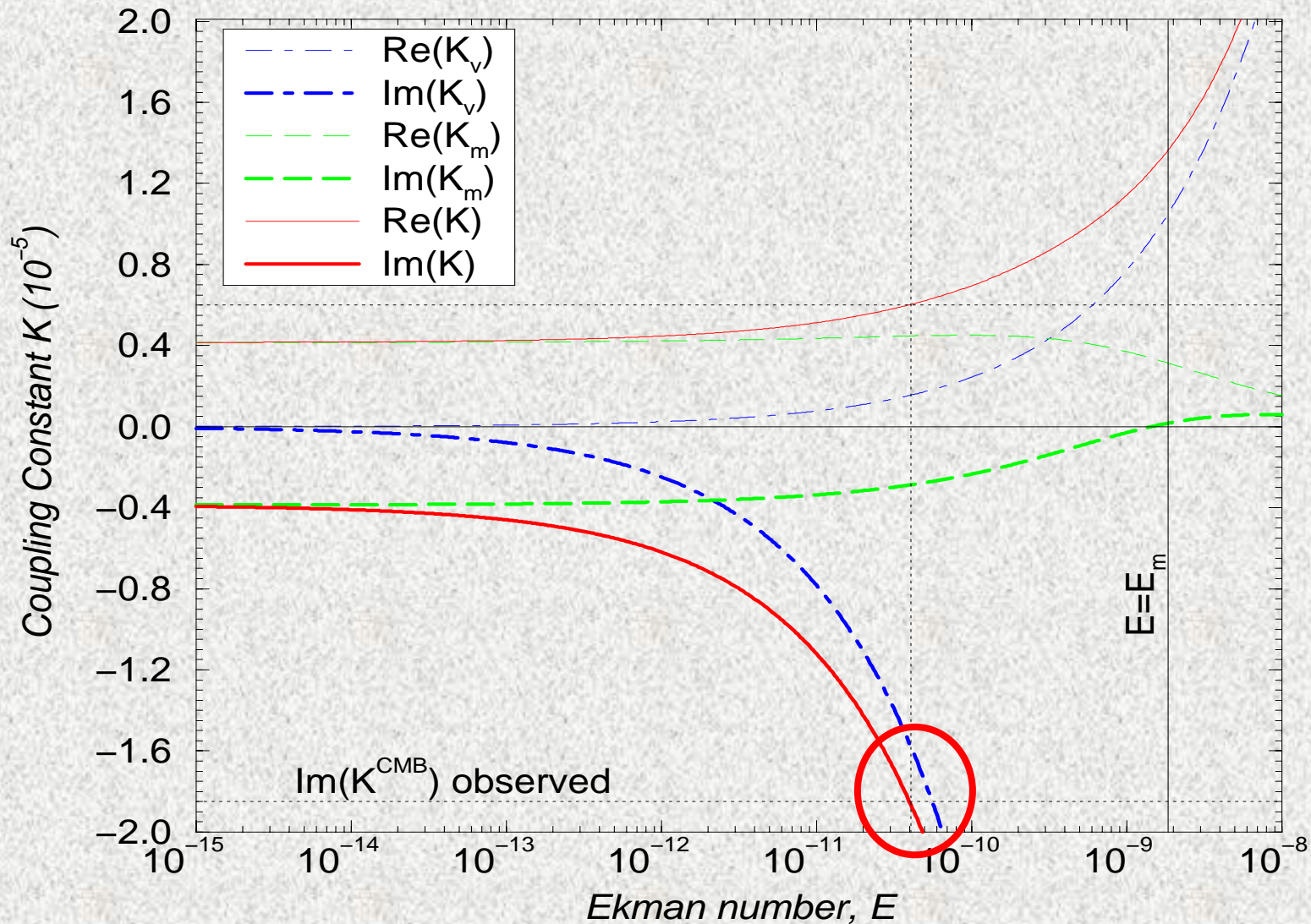
Buffet et al 1992



# Variations de la diffusivité magnétique du manteau



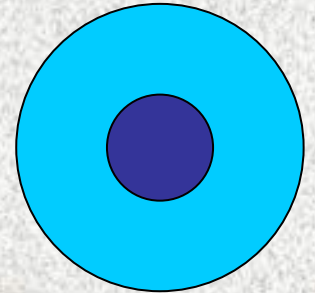
# Interprétation des observations



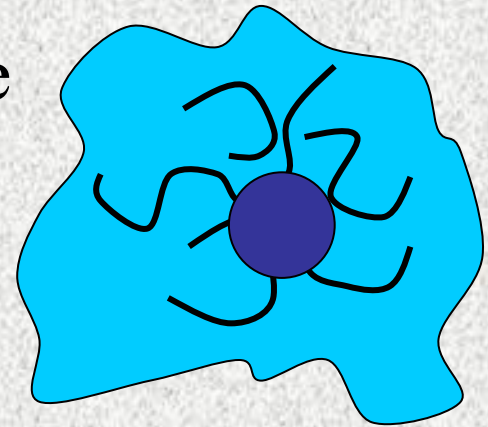


# notion de viscosité apparente

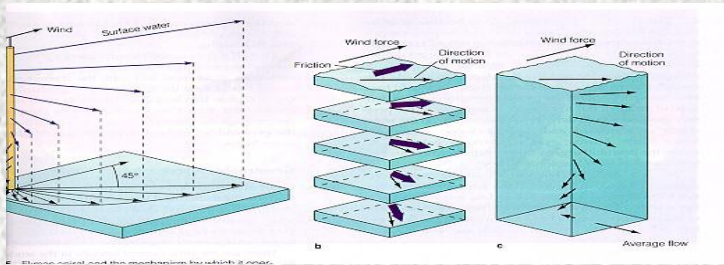
- **Viscosité moléculaire:** transport de quantité de mouvement à l' **échelle moléculaire**.  
→ Propriété intrinsèque du fluide.



- **Viscosité turbulente:** transport de quantité de mouvement assuré par la **turbulence de petite échelle**.  
→ Propriété de l'écoulement.



# Paramétrisation de la dynamique des océans



$$\delta_{mol} \propto \sqrt{\frac{v}{\Omega}} = 11 \text{ cm} \quad \delta_{obs.} = 10 \text{ à } 100 \text{ m}$$

$$V_t^h = [10^6 - 10^9] v_{eau}$$

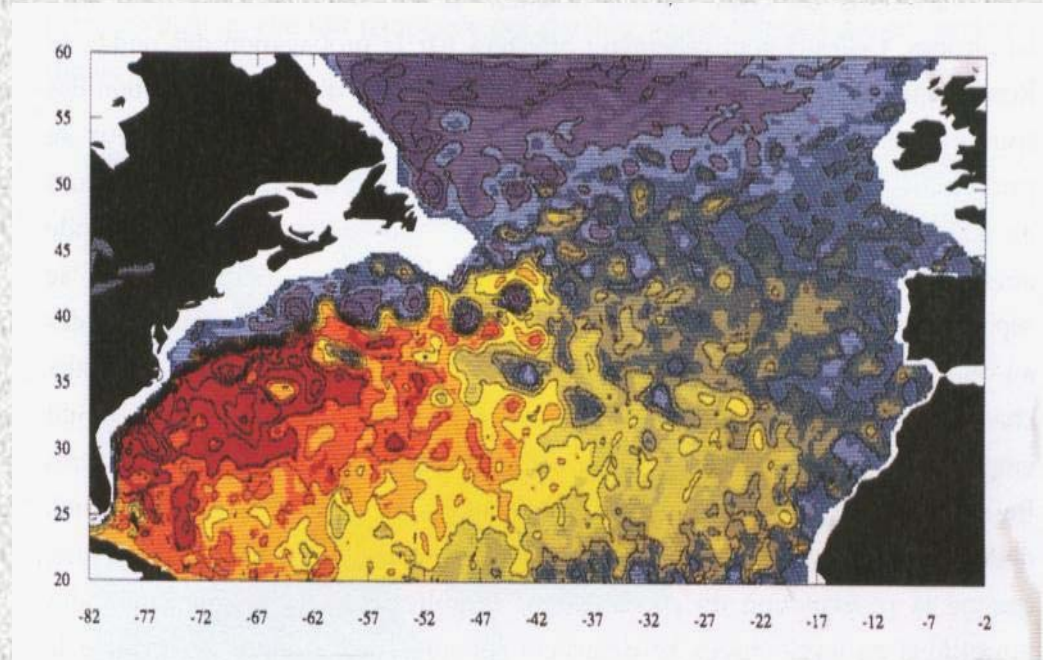
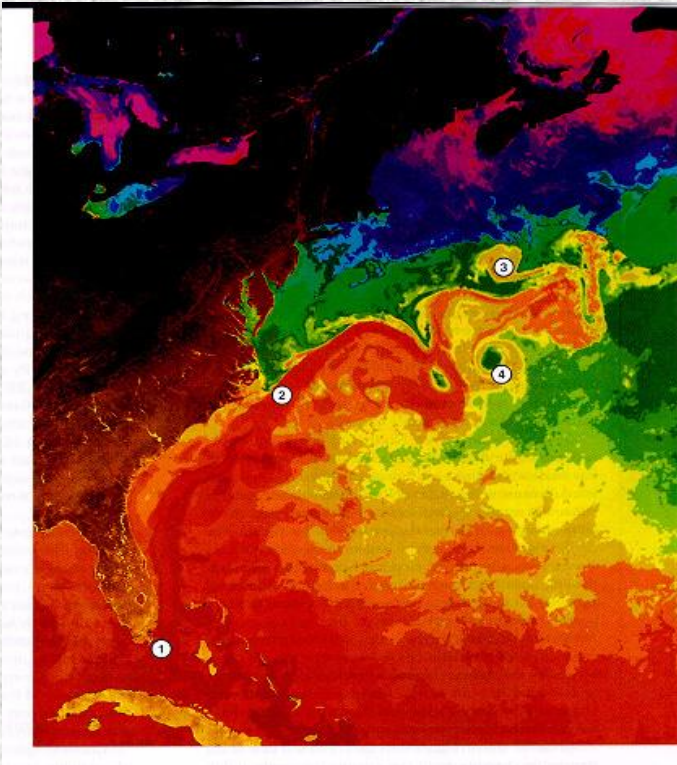
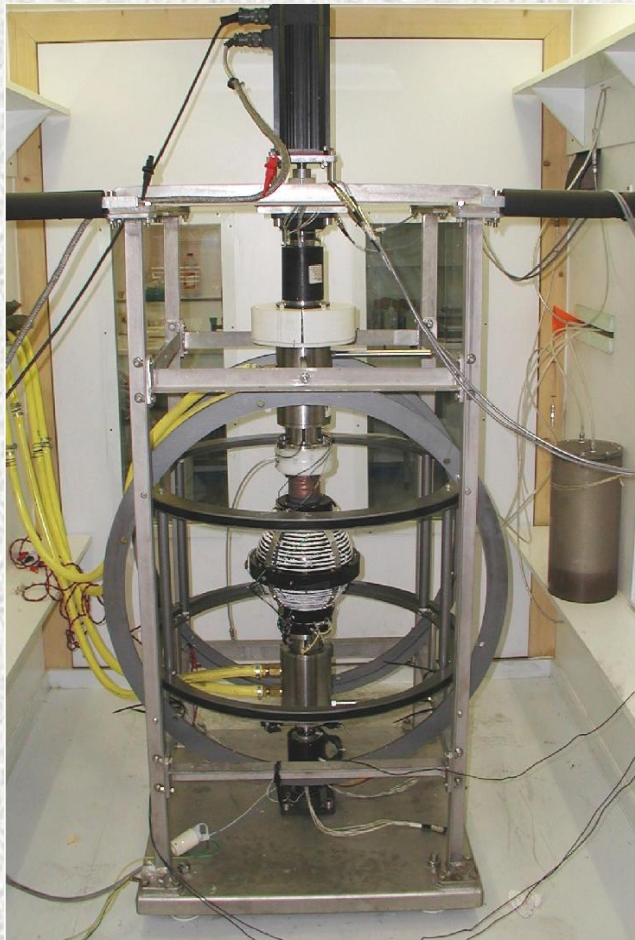


Figure 16 - Carte de vorticité obtenue dans une simulation numérique du Gulf Stream  
(cliché C. le Provost et J. Verron, Grenoble).

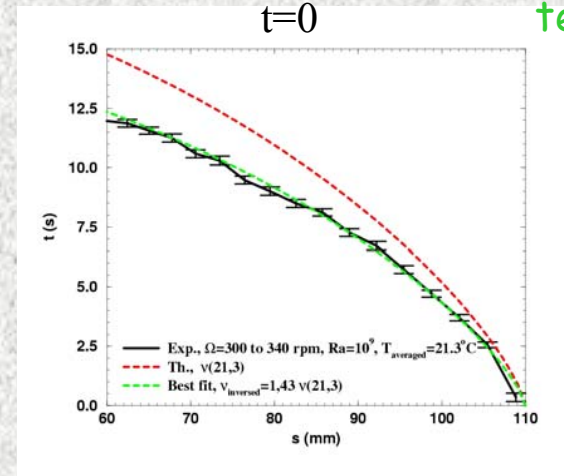
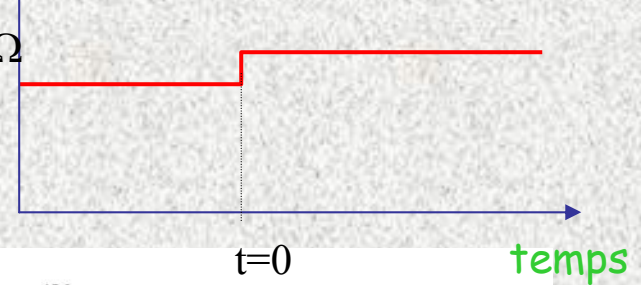
# Mesures de viscosité apparente



Expériences de SU/SD,  
Brito, D et al, 2003

Vitesse de rotation

$$\frac{\Omega + \Delta\Omega}{\Omega}$$



Augmentation du mélange  
(viscosité apparente), lorsque  
l'on augmente la convection

# Conclusions de l'étude

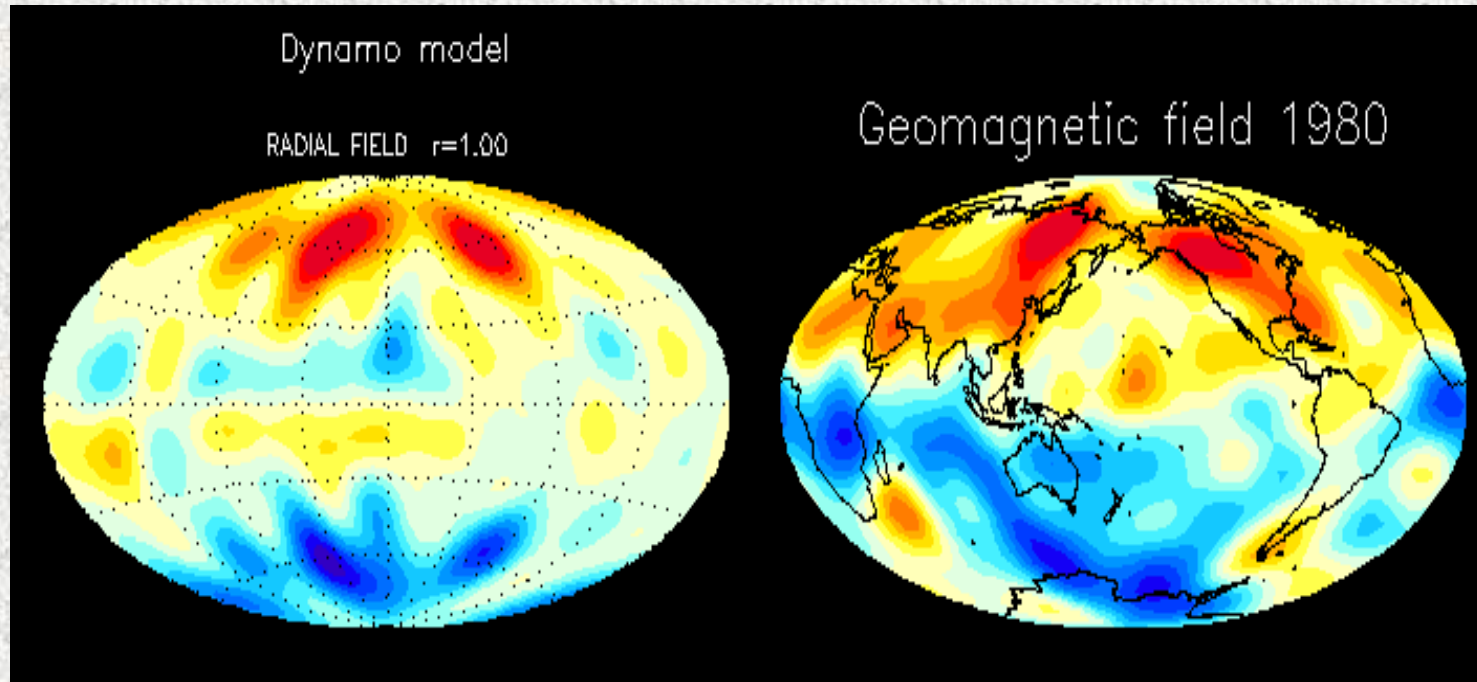
Explication des données de nutation grâce à:

- couple visco-magnétique
- nombre d'Ekman pour le noyau de  $4 \cdot 10^{-11}$

Interprétation physique de cette valeur:

transmission du mouvement des parois vers l'intérieur augmentée par la turbulence de petite échelle et/ou la rugosité de la CMB.

# Modèles 'Earth like'

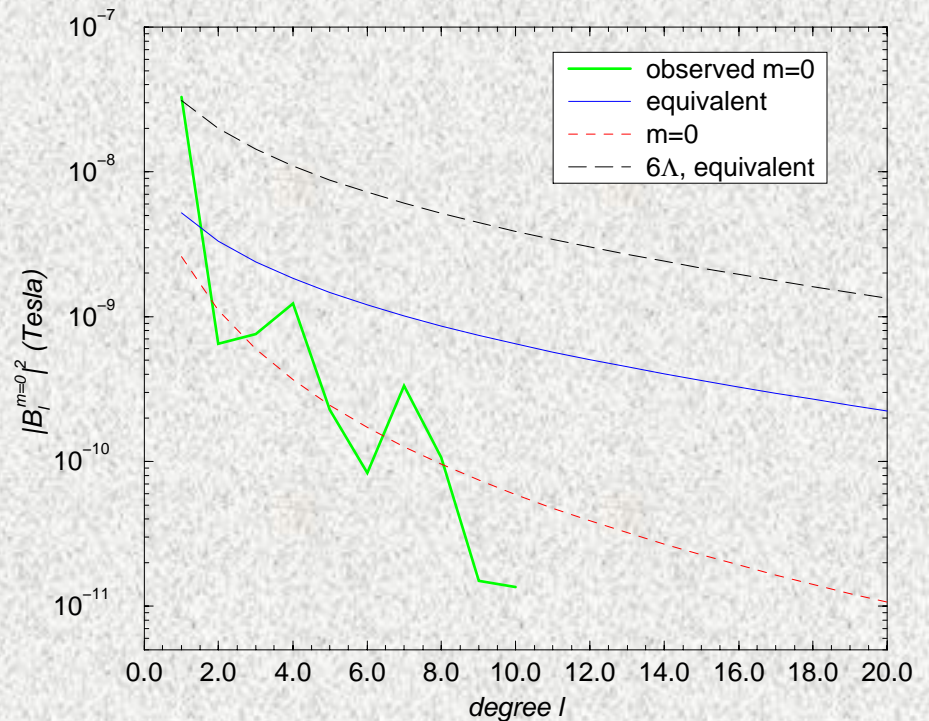
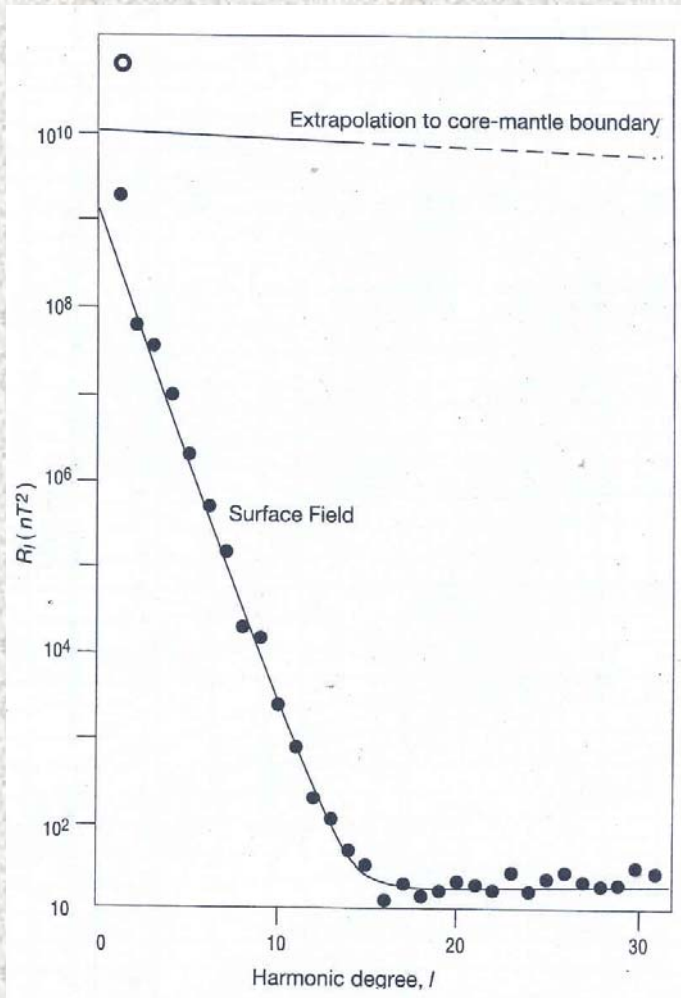


Christensen et al, 99

$$E = 10^{-5}$$
$$Re \approx 100$$
$$P_m = 1$$

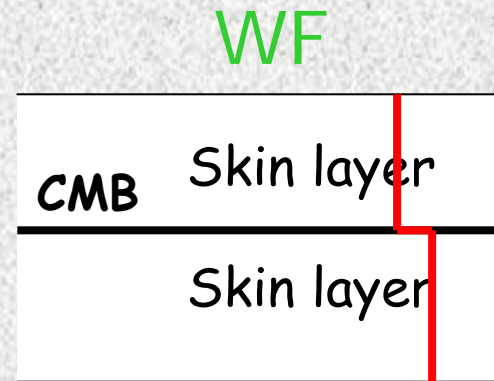
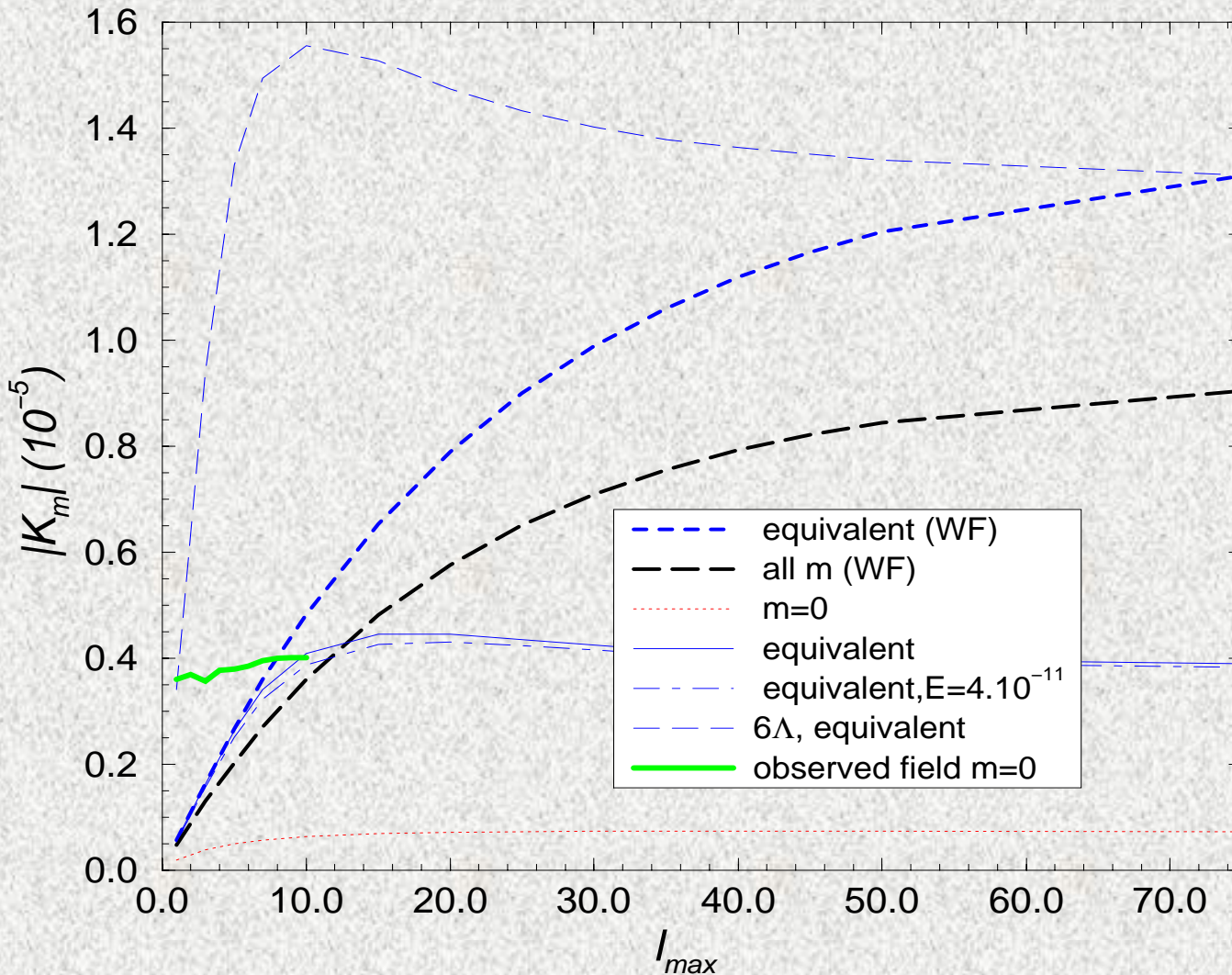
$$E < 10^{-14}$$
$$Re > 10^8$$
$$P_m = 10^{-5}$$

# Influence de la géométrie du champ magnétique



stacey

# Influence de la géométrie du champ magnétique



Buffet et al 1992

# Calcul des couples

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial t} - E \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right) \left( \frac{\partial}{\partial t} - E_m \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right) v_{\pm} \pm 2i \cos \theta \left( \frac{\partial}{\partial t} - E_m \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right) v_{\pm} \right] = E_m \Lambda \beta^2 \frac{\partial^3 v_{\pm}}{\partial r^3}$$

$$v_{M\pm} = \frac{i\delta\omega_M}{2} [(1 \mp \cos \theta) \exp i(t + \varphi) - (1 \pm \cos \theta) \exp -i(t + \varphi)]$$

Détermination analytique de  $v_{\pm}^{(\pm)}$  et  $b_{\pm}^{(\pm)}$

• Couplage résultant:

$$\bar{\Gamma} = \Gamma_x + i\Gamma_y$$

$$\bar{\Gamma}_m = \frac{i}{2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \beta [(1 + \cos \theta) b_+|_{(r=1)} + (1 - \cos \theta) b_-|_{(r=1)}] \exp(i\varphi) \sin \theta d\theta d\varphi$$

$$\bar{\Gamma}_v = i\pi \int_0^\pi [(1 + \cos \theta) \frac{\partial v_+^{(-)}}{\partial r}|_{(r=1)} + (1 - \cos \theta) \frac{\partial v_-^{(-)}}{\partial r}|_{(r=1)}] \sin \theta d\theta$$

Observation des nutations:

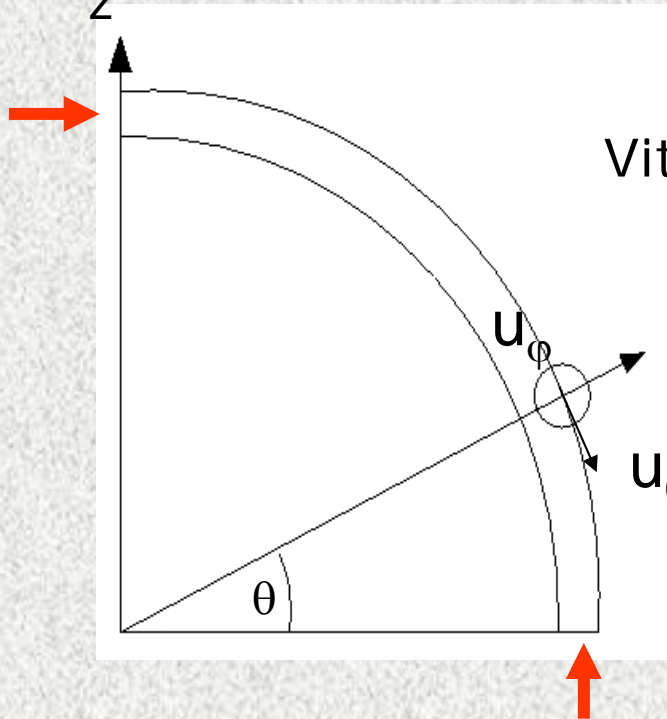
$$K^{CMB} = \frac{\bar{\Gamma}}{iI\omega_M}$$

$$\text{Im}(K^{CMB}) = 1.81 \cdot 10^{-5}$$



# Systemes de coordonnees et notations

Apparitions d'un champ de vitesse et d'un champ magnetique dans la couche limite.



Vitesse de la frontiere:

$$\mathbf{v}_M = \delta\omega_{eq} \times \mathbf{r}$$

$$\delta\omega_{eq}(t) = \delta\omega_{eq}[\mathbf{e}_x \cos \Omega t - \mathbf{e}_y \sin \Omega t]$$

$$\mathbf{v}_M(\mathbf{r}, \theta, \varphi, t) = \delta\omega_{eq}[\mathbf{e}_\theta \sin(\Omega t + \varphi) - \mathbf{e}_\varphi \cos(\Omega t - \varphi) \cos \theta]$$

Notation adoptee:

$$v_+ = v_\theta + i v_\varphi \quad v_- = v_\theta - i v_\varphi$$