

Combinaison de techniques spatiales pour l'étude de la cinématique terrestre

**D. Coulot ⁽¹⁻²⁾, P. Berio ⁽²⁾, R. Biancale ⁽³⁾,
S. Loyer ⁽³⁻⁴⁾, L. Soudarin ⁽⁵⁾, J.-C. Marty ⁽³⁾,
J.-M. Lemoine ⁽³⁾, A.-M. Gontier ⁽⁶⁾, P. Exertier ⁽²⁾,
N. Capitaine ⁽⁶⁾, Z. Altamimi ⁽¹⁾ et D. Gambis ⁽⁶⁾**

- (1) IGN/LAREG - Marne-la-Vallée - France**
- (2) OCA/GEMINI - UMR 6203-CNRS - Grasse - France**
- (3) CNES/OMP/DTP - UMR 5562-CNRS - Toulouse - France**
- (4) Société NOVELTIS - Toulouse - France**
- (5) Société CLS - Toulouse - France**
- (6) Observatoire de Paris/SYRTE - UMR 8630-CNRS - Paris - France**

**Merci à O. Laurain ⁽²⁾, P. Sillard (INSEE/France), G. Francou ⁽⁶⁾,
M. Bougeard ⁽⁶⁾, M. Feissel ⁽⁶⁻¹⁾ et P. Charlot (Obs. de Bordeaux)
pour leur aide au cours de ce projet**

Plan



- 1- Contexte du projet**
- 2- Méthode utilisée**
 - § Effet de système de référence**
 - § Contraintes minimales**
 - § Contraintes de continuité**
- 3- Résultats: séries individuelles et combinées**
 - § Qualité des solutions**
 - § Repères de référence terrestres**
 - § Paramètres de Rotation de la Terre**

Plan



1- Contexte du projet

2- Méthode utilisée

§ Effet de système de référence

§ Contraintes minimales

§ Contraintes de continuité

3- Résultats: séries individuelles et combinées

§ Qualité des solutions

§ Repères de référence terrestres

§ Paramètres de Rotation de la Terre

Contexte du projet

1/1

§ Objectif

Prouver l'efficacité de combiner les techniques de géodésie spatiale pour déterminer les Paramètres de Rotation de la Terre et les Repères de Référence Terrestres

^a *techniques utilisées: SLR, LLR, DORIS, GPS & VLBI*

^a *paramètres: mvt du pôle (xp and yp), temps universel UT, corrections de nutations (6 heures) et positions de stations (7 jours)*

^a *Calculs homogènes (mêmes logiciels utilisés)*

^a *Calculs effectués sur un an (année 2002)*

^a *Combinaison effectuée au niveau des OBSERVATIONS*

§ Organisation

Calculs effectués avec l'expérience des équipes du GRGS

^a *équipes de l'OCA, du CNES, du LAREG, de Noveltis, de CLS et de l'Observatoire de Paris*

^a *travail commencé en 2000 avec la thèse de P. Yaya (01/07/2002) sous la direction de N. Capitaine, D. Gambis (SYRTE) et en coopération avec l'équipe du CNES/OMP (R. Biancale)*

Plan



1- Contexte du projet

2- Méthode utilisée

§ Effet de système de référence

§ Contraintes minimales

§ Contraintes de continuité

3- Résultats: séries individuelles et combinées

§ Qualité des solutions

§ Repères de référence terrestres

§ Paramètres de Rotation de la Terre

Effet de système de référence

1/3

Transformations entre deux Repères de Référence 1 et 2

pour une station i

$$X_2^i = X_1^i + T + D \cdot X_1^i + R \cdot X_1^i$$

translations $T = \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix}$ facteur d'échelle D positions $X_1^i = \begin{pmatrix} x_1^i \\ y_1^i \\ z_1^i \end{pmatrix}$

rotations $R = \begin{pmatrix} 0 & -R_z & R_y \\ R_z & 0 & -R_x \\ -R_y & R_x & 0 \end{pmatrix}$

Relations pour les EOPs

$$x_p^2 = x_p^1 + R_y$$

$$y_p^2 = y_p^1 + R_x$$

$$UT^2 = UT^1 - \frac{1}{f} R_z$$

$f = 1,002737909350795$

pour une station i $X_2^i = X_1^i + A^i q$

où $q^T = (T_x \ T_y \ T_z \ D \ R_x \ R_y \ R_z)$

et $A^i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_1^i & 0 & z_1^i - y_1^i \\ 0 & 1 & 0 & y_1^i - z_1^i & 0 & x_1^i \\ 0 & 0 & 1 & z_1^i & y_1^i - x_1^i & 0 \end{bmatrix}$

pour un jeu d'EOPs i $EOP_2^i = EOP_1^i + D^i q$

où $q^T = (R_x \ R_y \ R_z)$ et $D^i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{f} \end{bmatrix}$

Effet de système de référence

2/3

Formulations

Référence : Sillard, P. et Boucher, C. 2001, *Journal of Geodesy*, 75, 63

Solution X de positions de stations $\text{var}(X)=\Sigma$

Décomposition $\Sigma = \Sigma_0 + A \cdot \Sigma_q \cdot A^T$

Bruit dans le TRF

Bruit « interne »

Bruit du TRF

3 modes de calcul :

- 1) projection orthogonale de la matrice de variance
- 2) équation de condition
- 3) équation de contrainte (« contraintes minimales »)

Les EOPs réalisent une référence → effet de système de référence généralisé

Solution EOP de paramètres de rotation $\text{var}(EOP)=\Lambda$

Décomposition $\Lambda = \Lambda_0 + D \cdot \Lambda_q \cdot D^T$

Bruit « interne » le plus précis obtenu avec l'équation de condition

Colloque G2

18 novembre 2004

Effet de système de référence

3/3

Exemple : une solution hebdomadaire LASER

EOPS

Paramètre	Solution lâche	Précision interne
Xp	1,444 mas	0,033 mas
Yp	0,398 mas	0,043 mas
UT	0,059 ms	0,003 ms

écarts-types

effet de système de référence

Paramètre	écart-type
RX	0,392 mas
RY	1,420 mas
RZ	0,881 mas

Colloque G2

18 novembre 2004

Plan



- 1- Contexte du projet
- 2- Méthode utilisée
 - § Effet de système de référence
 - § Contraintes minimales
 - § Contraintes de continuité
- 3- Résultats: séries individuelles et combinées
 - § Qualité des solutions
 - § Repères de référence terrestres
 - § Paramètres de Rotation de la Terre

Contraintes minimales

1/2

Formulation

pour une station i $X_2^i = X_1^i + A^i q$ où $q^T = (T_x, T_y, T_z, D, R_x, R_y, R_z)$

et

$$A^i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_1^i - z_1^i & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y_1^i - z_1^i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_1^i - x_1^i & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ajustement MC
sur un jeu de stations

$$\hat{q} = (A^T A)^{-1} A^T (X_2 - X_1) \quad \text{avec} \quad A = \begin{bmatrix} A^1 \\ A^2 \\ \vdots \\ A^n \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad X_j = \begin{bmatrix} X_j^1 \\ \vdots \\ X_j^n \end{bmatrix}$$

Contraintes minimales

$$(A^T A)^{-1} A^T (X_2 - X_1) = 0 \quad (\Sigma_q)$$

Pour les EOPs

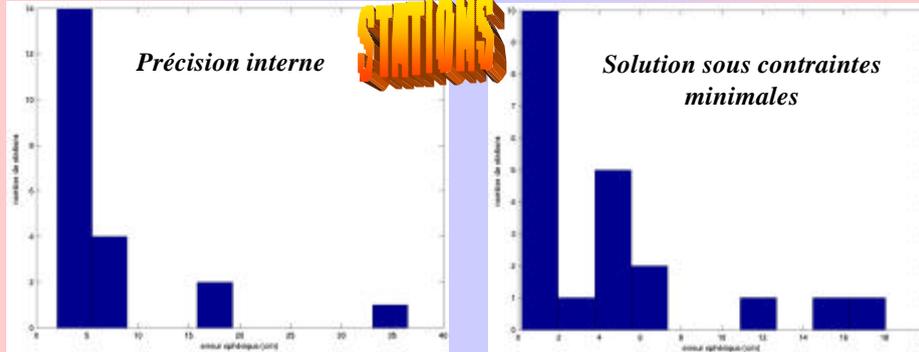
$$(D^T D)^{-1} D^T (EOP_2 - EOP_1) = 0 \quad (\Lambda_q)$$

- Matrices normales inversibles
- Effet de système de référence éliminé

Contraintes minimales

2/2

Exemple : la solution hebdomadaire LASER



EOPS

Paramètre	Précision interne	Solution sous contraintes minimales
X_p	0,033 mas	0,044 mas
Y_p	0,043 mas	0,048 mas
UT	0,003 ms	0,004 ms

Colloque G2

18 novembre 2004

Plan



- 1- Contexte du projet
- 2- Méthode utilisée
 - § Effet de système de référence
 - § Contraintes minimales
 - § Contraintes de continuité
- 3- Résultats: séries individuelles et combinées
 - § Qualité des solutions
 - § Repères de référence terrestres
 - § Paramètres de Rotation de la Terre

Colloque G2

18 novembre 2004

Contraintes de continuité

1/1

→ Filtrage hautes fréquences des EOPs

Entre deux instants successifs

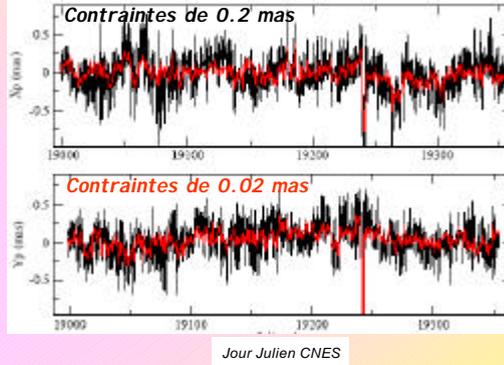
$$dx_p(t+1) = dx_p(t) + (s_{x_p})$$

$$dy_p(t+1) = dy_p(t) + (s_{y_p})$$

$$dUT(t+1) = dUT(t) + (s_{UT})$$

$$ddy(t+1) = ddy(t) + (s_{dy})$$

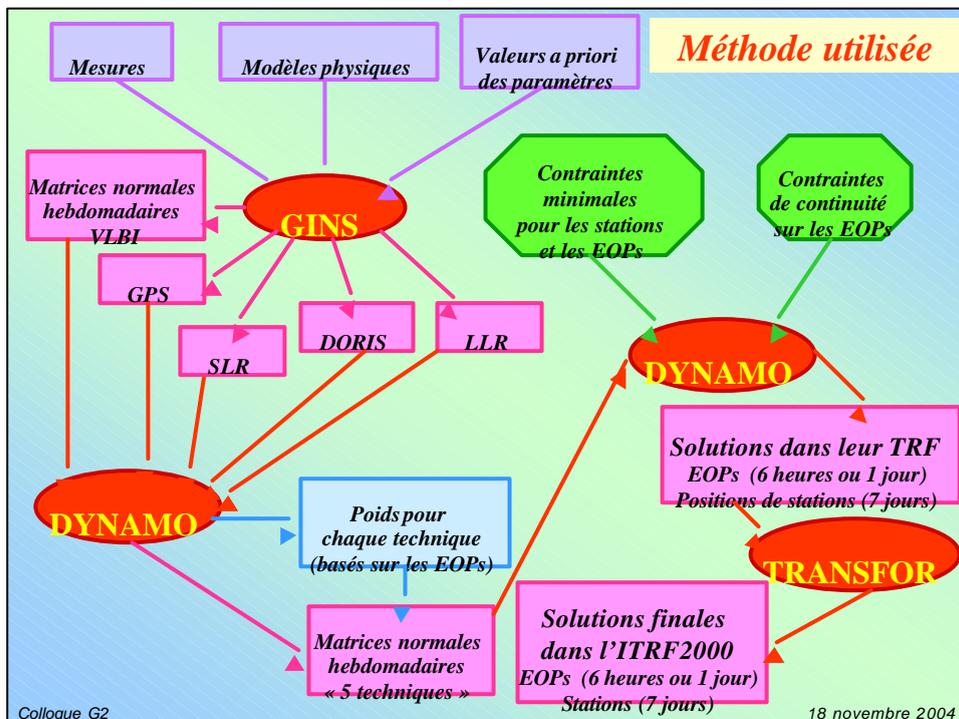
$$dde(t+1) = dde(t) + (s_{de})$$



→ Calcul des poids des contraintes de continuité par une méthode de repondération

Colloque G2

18 novembre 2004



Plan



1- Contexte du projet

2- Méthode utilisée

§ Effet de système de référence

§ Contraintes minimales

§ Contraintes de continuité

3- Résultats: séries individuelles et combinées

§ Qualité des solutions

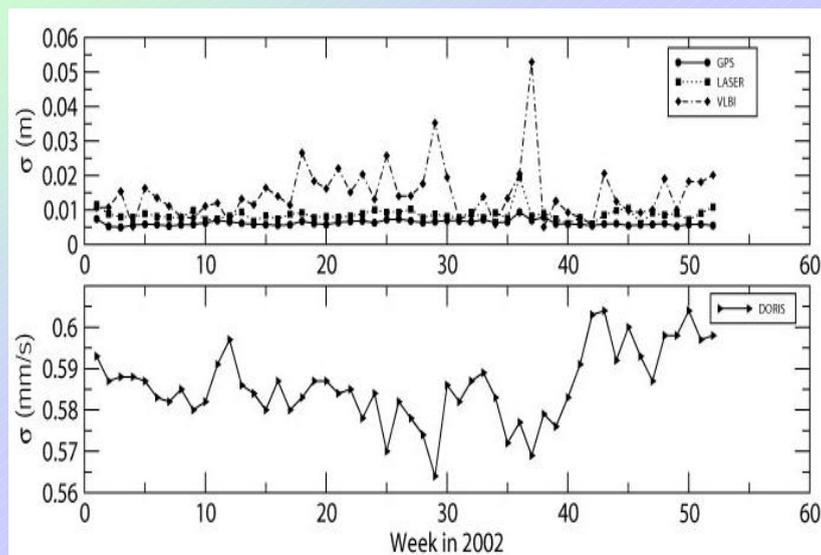
§ Repères de référence terrestres

§ Paramètres de Rotation de la Terre

Qualité des solutions

1/3

Poids attribués aux techniques



Qualité des solutions

2/3

Valeurs des positions
Valeurs inférieures à 5 cm

	total/ moyenne	X	Y	Z
DORIS	58/47,2	1,0	0,6	15,5
LASER	32/21,6	17,7	16,6	17,0
GPS	71/59,1	58,9	59,1	59,0
VLBI	23/5,8	5,3	5,1	4,9
COMBI 1J	184/133,7	81,7	81,2	106,9

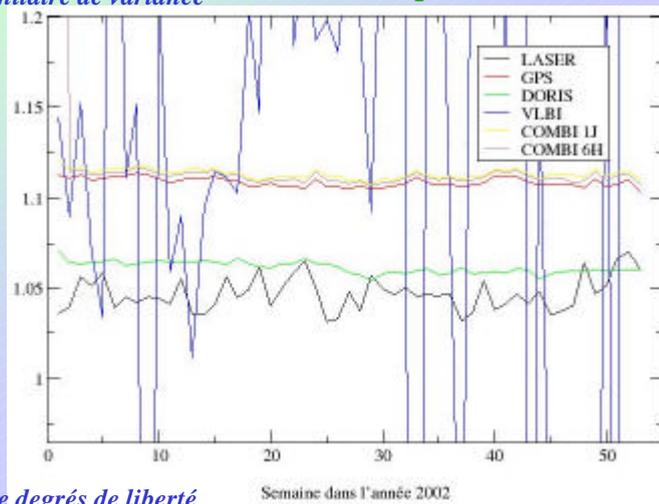
Colloque G2

18 novembre 2004

Qualité des solutions

3/3

Facteur unitaire de variance Critères statistiques



Nombre de degrés de liberté

LASER : 2155
GPS : 362657
DORIS : 126137

VLBI : 1171
COMBI 1J : 484466
COMBI 6H : 418547

Colloque G2

18 novembre 2004

Plan



1- Contexte du projet

2- Méthode utilisée

§ Effet de système de référence

§ Contraintes minimales

§ Contraintes de continuité

3- Résultats: séries individuelles et combinées

§ Qualité des solutions

§ Repères de référence terrestres

§ Paramètres de Rotation de la Terre

Repères de référence terrestres

1/3

Paramètres de transformation

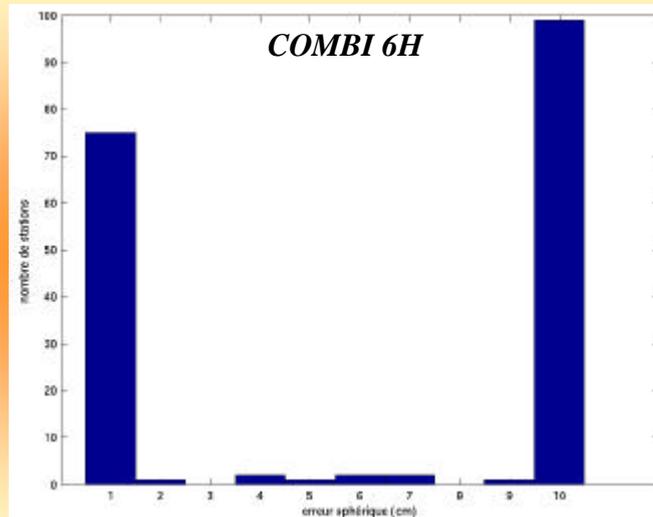
moyenne	TX (cm)	TY (cm)	TZ (cm)	D (10 ⁻⁹)	RX (mas)	RY (mas)	RZ (mas)
LASER	-0,05	0,28	-0,06	-0,36	-0,24	-0,03	-0,15
GPS	-0,64	-0,26	-1,35	2,13	-0,05	-0,03	-0,10
DORIS	-0,52	-1,42	2,11	6,91	-0,23	-0,35	-6,64
VLBI	-12,79	-18,26	-7,57	0,70	9,77	5,57	2,24
COMBI 1J	-0,47	-0,15	-1,00	1,50	-0,04	-0,04	-0,06
COMBI 6H	-0,39	-0,20	-0,52	1,83	0,06	-0,11	-0,047

sigma moyen	TX (cm)	TY (cm)	TZ (cm)	D (10 ⁻⁹)	RX (mas)	RY (mas)	RZ (mas)
LASER	0,37	0,37	0,35	0,55	0,15	0,14	0,14
GPS	0,14	0,14	0,13	0,21	0,05	0,05	0,05
DORIS	0,58	0,58	0,58	0,91	0,23	0,23	0,23
VLBI	10,56	10,54	12,97	20,90	0,09	0,09	1,27
COMBI 1J	0,15	0,15	0,15	0,23	0,06	0,06	0,06
COMBI 6H	0,17	0,17	0,17	0,26	0,07	0,07	0,06

Repères de référence terrestres

2/3

Erreurs sphériques moyennes



→ Pondération uniquement basée sur les EOPs ou incohérence

Colloque G2

18 novembre 2004

Repères de référence terrestres

3/3

Appoints moyens dans l'ITRF2000

10002S001 48	-0.00000218593453	0.00078369640755
0.00315494503411	0.00050197498314	0.00124331698475
0.00070766210559		
10002S002 37	0.00486573132509	0.00060421968025
0.00265840334181	0.00044059549834	0.00846419483973
0.00063831655488		
10503S014 27	0.00938644707177	0.01663098194210
0.03057926196130	0.01596820492356	0.03782565398159
0.01433586535978		
11001S002 50	0.00508585808971	0.00039840191658
0.00002363190158	0.00027763745737	0.00275698675621
0.00042228028621		
12205S001 30	0.01585110667174	0.00340945085940
0.00152438758543	0.00291791915004	0.01064414174154
0.00309560799424		
12302S002 37	0.00582430854088	0.00141661457013
0.00708845693018	0.00132894039409	0.00886020909232
0.00175429262905		
12337S003 4	-0.00737234357114	0.10778401472657
0.00309657235963	0.10327215292970	0.00531987494499
0.11034778831204		
12337S006 26	0.00046788560263	0.00890760219310
0.03725672432110	0.01005174487675	-0.02947789010155
0.00921304658340		
12340S001 5	0.03612376217857	0.06582910981836
0.15896368312083	0.06783055138353	0.00237835381334
0.06997035455260		
12341S001 10	0.75066342627992	0.02662923975291
0.41641751825547	0.02852978780740	0.72194415173584
0.02167995093044		

Colloque G2

18 novembre 2004

Plan



1- Contexte du projet

2- Méthode utilisée

§ Effet de système de référence

§ Contraintes minimales

§ Contraintes de continuité

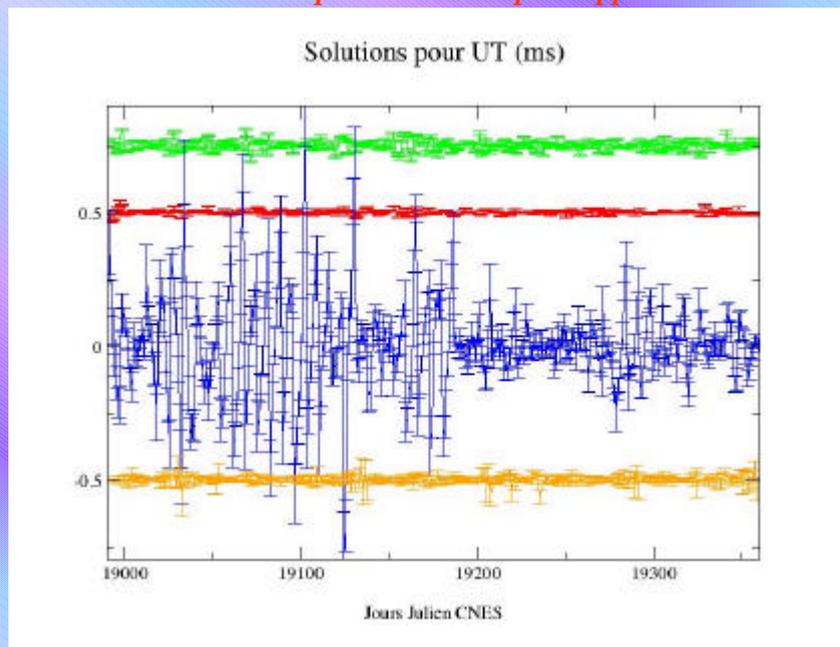
3- Résultats: séries individuelles et combinées

§ Qualité des solutions

§ Repères de référence terrestres

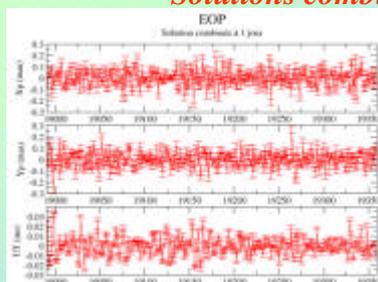
§ Paramètres de Rotation de la Terre

Résultats individuels pour les EOPs par rapport à EOPCO4 ^{1/5}



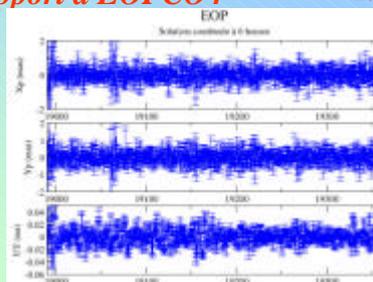
Solutions combinées par rapport à EOPC04

2/5



1 day

Jours Julien CNES



6 heures

Jours Julien CNES

rms	Xp (mas)	Yp (mas)	UT1 (ms)
1 jour	0,076	0,071	0,010
6 heures	0,483	0,456	0,013

rms pond	Xp (mas)	Yp (mas)	UT1 (ms)
1 jour	0,075	0,070	0,010
6 heures	0,442	0,433	0,013

sig moy	Xp (mas)	Yp (mas)	UT1 (ms)
1 jour	0,021	0,023	0,001
6 heures	0,129	0,129	0,002

Colloque G2

18 novembre 2004

Comparaison à deux modèles

3/5

Xp et Yp

period (days)	Tide	Our solution		Ray's model (IERS)		Hefty's solution (GPS)	
		a ⁺ a ⁻ (µas)	φ ⁺ φ ⁻ (deg)	a ⁺ a ⁻ (µas)	φ ⁺ φ ⁻ (deg)	a ⁺ a ⁻ (µas)	φ ⁺ φ ⁻ (deg)
0.5175	M2	80.7 ± 11.4	293.8 ± 103.6	74	331	68.5 ± 6.8	321 ± 6
		257.0 ± 11.4	269.2 ± 104.1	263	1	203.2 ± 6.8	0 ± 2
0.9973	K1	145.6 ± 12.1	329.0 ± 103.5	171	291	81.2 ± 6.9	314 ± 5
		3.5 ± 12.1	18.3 ± 104.1	—	—	4.1 ± 6.9	343 ± 95
1.0758	O1	185.1 ± 11.9	173.3 ± 104.5	142	110	84.0 ± 6.8	114 ± 5
		18.5 ± 11.9	19.2 ± 103.8	—	—	8.2 ± 6.8	92 ± 48
1.0027	P1	67.1 ± 12.4	187.0 ± 103.7	56	117	33.1 ± 6.9	162 ± 12
		2.6 ± 12.3	6.4 ± 104.1	—	—	3.1 ± 6.9	271 ± 126
0.5274	N2	7.8 ± 12.1	324.0 ± 104.4	17	315	10.4 ± 6.8	279 ± 37
		47.7 ± 12.3	274.9 ± 104.7	45	359	33.1 ± 6.8	357 ± 12
0.4986	K2	5.8 ± 12.1	319.0 ± 103.3	7	366	44.5 ± 6.8	328 ± 10
		5.3 ± 12.4	294.5 ± 103.4	34	31	43.1 ± 6.8	331 ± 9
1.1195	Q1	16.8 ± 12.2	170.5 ± 103.7	27	103	29.2 ± 6.8	106 ± 13
		13.8 ± 12.4	262.7 ± 103.8	—	—	14.9 ± 6.8	151 ± 26

UT

period (days)	Tide	Our solution		Ray's model (IERS)		Hefty's solution (GPS)	
		Sin (µas)	Cos (µas)	Sin (µas)	Cos (µas)	Sin (µas)	Cos (µas)
0.5175	M2	-16.6 ± 0.9	-7.6 ± 0.9	-16	-7	-13.4 ± 0.5	-6.1 ± 0.5
0.9973	K1	-15.2 ± 0.9	+10.0 ± 0.9	-18	+9	-12.8 ± 0.5	+5.2 ± 0.5
1.0758	O1	+19.7 ± 0.9	-8.5 ± 0.9	+16	-12	+10.8 ± 0.5	-10.1 ± 0.5
1.0027	P1	+4.8 ± 1.0	-2.9 ± 1.0	+5	-3	+7.6 ± 0.5	+0.3 ± 0.5
0.5274	N2	-2.9 ± 1.0	-1.7 ± 1.0	-4	-2	-2.6 ± 0.5	-1.4 ± 0.5
0.4986	K2	-3.1 ± 1.0	+1.2 ± 1.0	-2	+0	-1.3 ± 0.5	-3.5 ± 0.5
1.1195	Q1	+5.6 ± 1.0	-1.0 ± 1.0	+5	-2	+4.4 ± 0.4	-1.7 ± 0.5

Références : modèle de Ray (conventions IERS)

Hefty, J., Rothacher, M. et al. 2000, Journ. of Geod., 74, 479

Colloque G2

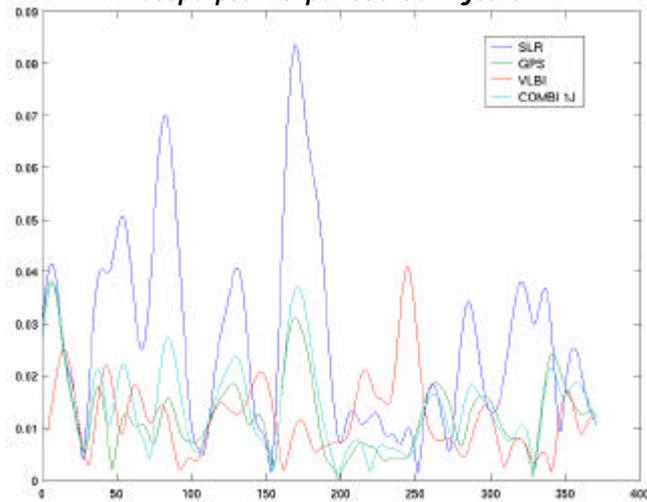
18 novembre 2004

Analyses en ondelettes

Ondelettes de Morlet

4/5

Coupe pour la période de 7 jours



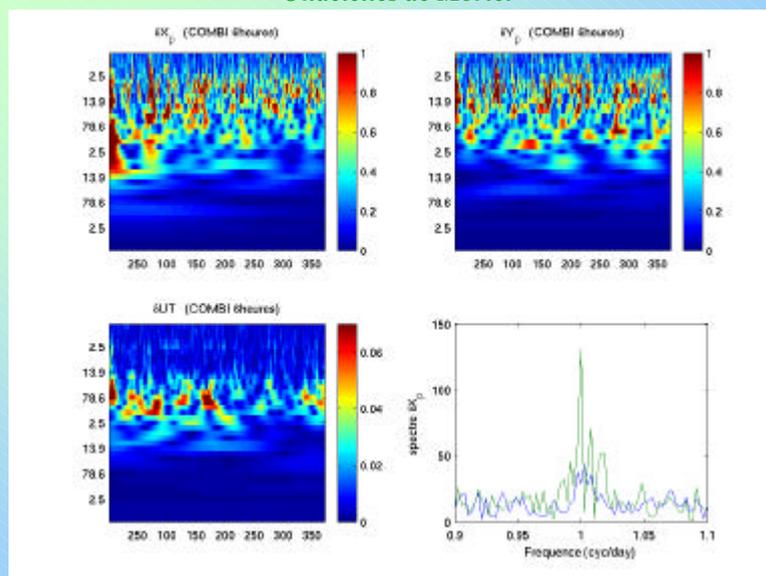
Colloque G2

18 novembre 2004

Analyses en ondelettes

Ondelettes de Morlet

5/5



Colloque G2

18 novembre 2004

Conclusions et perspectives

EOPs

- *Combinaisons fonctionnent pour X_p , Y_p et UT*
- *Calcul opérationnel à l'Observatoire de Paris pour l'IERS*

Positions de stations

- *Lien entre les techniques se fait par les EOPs → autres liens ?*
- *Problème de la solution DORIS → échantillonnage à revoir ?*
- *Calcul des rattachements entre les stations co-localisées*
- *Homogénéité du repère combiné ?*

EOPs et positions

- *Incohérence entre les paramètres → paramètres orbitaux ?*
- *Méthode de pondération entre les techniques ?*