

Étude comparative de deux logiciels de combinaison de jeux de coordonnées GPS

Colloque G2 2004 - Jeudi 18 Novembre 2004

Xavier Collilieux
Zuheir Altamimi
Thomas A. Herring*

xavier.collilieux@ensg.ign.fr / altamimi@ensg.ign.fr

LAREG/IGN, 6/8 Avenue Blaise Pascal, Cité Descartes – Champs Sur Marne, 77455
Marne la Vallée CEDEX 2

Colloque G2 2004
Nov. 2004 1/34

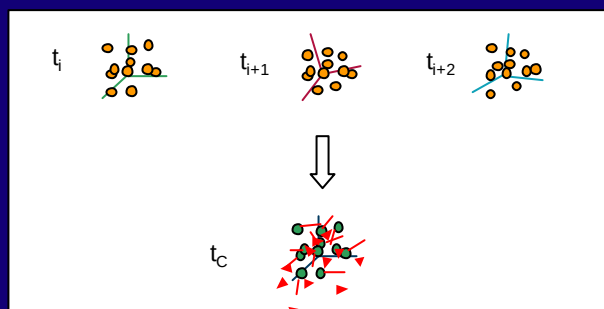
* MIT (Massachusetts Institute of Technology)

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- Comparaison
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Introduction (1)

- BUT: obtenir un jeu de positions et de vitesses de stations GPS



- cumul (combinaison) de séries temporelles de position de points GPS

PLAN

→ Introduction

- CATREF
- GLOBK
- Comparaison
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 2/34

Introduction (2)

PLAN

→ Introduction

- CATREF
- GLOBK
- Comparaison
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

- Comparaison de deux logiciels de cumul de séries temporelles:

- CATREF (moindres carrés)
- GLOBK (filtrage de Kalman)

Colloque G2 2004
Nov. 2004 3/34

CATREF (1)

PLAN

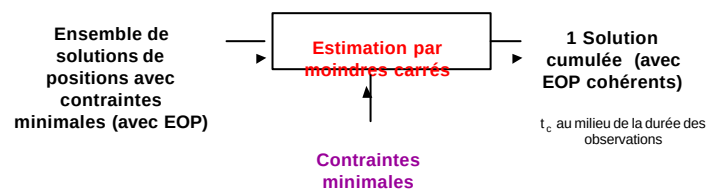
- Introduction

→ CATREF

- GLOBK
- Comparaison
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

- CATREF (Altamimi, Sillard, Boucher) : développé à partir de 1996 pour calculer les réalisations successives de l'ITRS.

- Principe :



Colloque G2 2004
Nov. 2004 4/34

Fig.1 : Principe de CATREF

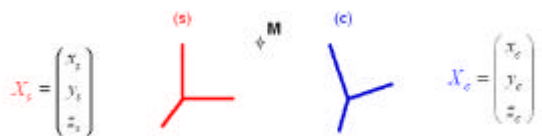
PLAN

- Introduction
- ➔ **CATREF**
- GLOBK
- Comparaison
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 5/34

CATREF (2)

- A la base de CATREF : Formule des 7 paramètres



$$X_s = X_c + T + DX_c + RX_c$$

où

$$R = \begin{pmatrix} 0 & -R3 & R2 \\ R3 & 0 & -R1 \\ -R2 & R1 & 0 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} T1 \\ T2 \\ T3 \end{pmatrix}$$

PLAN

- Introduction
- ➔ **CATREF**
- GLOBK
- Comparaison
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 6/34

CATREF (3)

- Modèle cinématique: évolution linéaire des paramètres

$$X_i(t_c) = X_i(t_0) + (t_c - t_0)V_i$$

De même pour les paramètres de transformation entre la solution combinée et les solutions individuelles en entrée

- **Mise en référence de la solution :**

Note: Contraintes: $X_s = X_R$ avec S_R (lâches ~1 m)

Contraintes minimales: $B(X_s - X_R) = 0$ avec S_p

et $B = (A^T A)^{-1} A^T$ tel que $X_s = X_R + A\theta$

CATREF (4)

PLAN

- Introduction
- ➔ **CATREF**
- GLOBK
- Comparaison
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

• Estimation par moindres carrés

Equation normale : $N dX = K$

Utilisation des matrices de variances pleines des observations

Inversion par méthode de **Choleski**

• Les paramètres

$$\{(X_i(t_0), V_i), i \in [0, n]\}$$

n : nombre de stations

$$\{(D_s, T_s, R_s), s \in [0, S]\}$$

S : nombre de solutions

$$\{(X_{2,2}^P, Y_{2,2}^P, UT_{2,2}, \dot{X}_{2,2}^P, \dot{Y}_{2,2}^P, LOD_2), s \in [0, S]\}$$

Colloque G2 2004

Nov. 2004 7/34

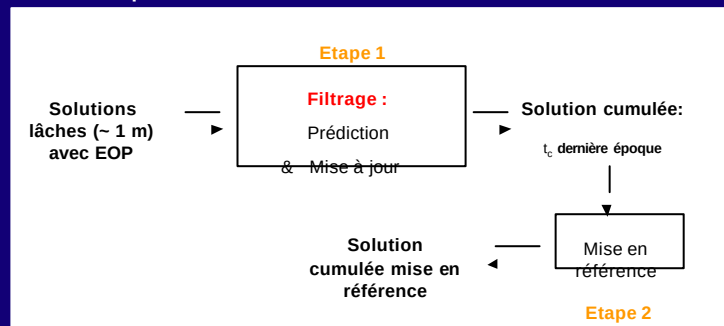
GLOBK (1)

PLAN

- Introduction
- CATREF
- ➔ **GLOBK**
- Comparaison
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

- GLOBK (Herring T.) :
développé au MIT pour combiner des positions et vitesses,
des EOP et angles de nutation précession ainsi que des
orbites paramétrées.

• Principe :



Colloque G2 2004

Nov. 2004 8/34

Fig.2 : Principe de GLOBK

GLOBK (2)

Etape 1 : filtrage

PLAN

- Introduction
- CATREF
- **GLOBK**
- Comparaison
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

- Formule des 7 paramètres (mais sans rotation explicite)
- Modèle cinématique: évolution linéaire des paramètres + variations stochastiques

$$X_i(t_c) = X_i(t_0) + (t_c - t_0)V_i + q_i$$

Marches aléatoires

Colloque G2 2004
Nov. 2004 9/34

GLOBK (3)

Etape 1 : filtrage (suite)

PLAN

- Introduction
- CATREF
- **GLOBK**
- Comparaison
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

- Filtrage de Kalman:

$$\begin{cases} \delta \mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{S}_k \delta \mathbf{X}_k + \mathbf{q}_k \\ \delta \mathbf{Y}_k = \mathbf{A}_k \delta \mathbf{X}_k + \varepsilon_k \end{cases}$$

→ Résolu
récursivement

- les paramètres

$$\{(X_i(t_1), V_i(t_1), \dots, X_i(t_s), V_i(t_s), \dots, X_i(t_S), V_i(t_S)), i \in [0, n]\}$$

$$\{(D_{s \rightarrow s+1}, T_{s \rightarrow s+1}, R_{s \rightarrow s+1}), s \in [0, S-1]\}$$

$$\{(X_s^p, Y_s^p, UT_s, \dot{X}_s^p, \dot{Y}_s^p, LOD_s), s \in I \subset [0, S]\}$$

n : nombre de stations
S : nombre de solutions en entrée

Colloque G2 2004
Nov. 2004 10/34

GLOBK (4)

Etape 2 : Mise en référence

PLAN

- Introduction
- CATREF
- **GLOBK**
- Comparaison
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

- Estimation des 14 paramètres (7 pour les positions et 7 pour les vitesses) entre la dernière solution du filtre et la solution de référence
- Application des paramètres de transformations à la solution du filtre avec les équations de Kalman

Colloque G2 2004
Nov. 2004 11/34

Comparaison (1)

Comparaison théorique

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

- Note: connexion forte entre les moindres carrés et le filtrage de Kalman
- Modèles physiques différents : traitement de la rotation et des EOP
- Variations stochastiques des paramètres de GLOBK
- Possibilité d'ajustement des poids pour les contraintes de GLOBK

Colloque G2 2004
Nov. 2004 12/34

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 13/34

Comparaison (2)

Résultats numériques

• Les données:

Données réelles	SINEX hebdomadaires MIT (Fev. 2003 => Oct. 2004) Contraintes lâches
Données simulées	Évolution temporelle linéaire des positions *
	Linéaires + bruit blanc 1 cm
	Linéaires + processus de GM 1cm (0.2 ans)

* Utilisation d'une solution de référence :

$$\left\{ \left(X_i^{ref}(t_0), V_i^{ref} \right), i \in [0, S-1] \right\}$$

$$\longrightarrow X_i^{ref}(t) = X_i^{ref}(t_0) + V_i^{ref}(t - t_0)$$

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 14/34

Comparaison (3)

Résultats numériques

• Calculs

- Mêmes coordonnées a priori
- Expression de la solution en ITRF 2000 (40 stations)
- Options GLOBK : mise en référence sans iteration

• 2 catégories de calculs pour GLOBK:

- Sans variation stochastique des paramètres
- Avec variations stochastiques des paramètres

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 15/34

Combinaison de Données **simulées linéaires** : carte des **positions**

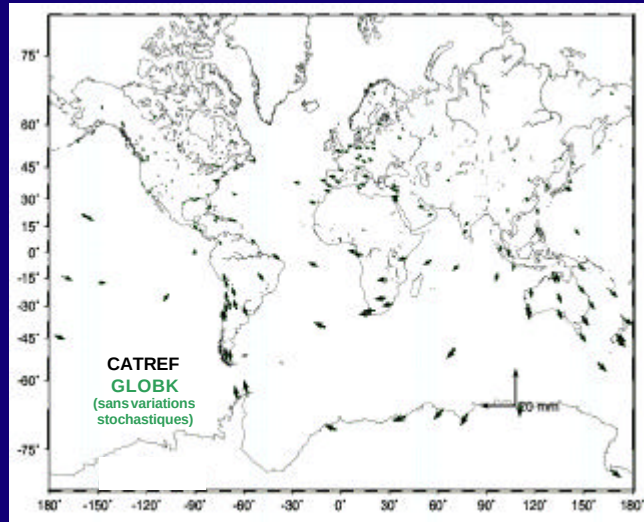


Fig.3 : carte des différences de **positions** de la solution combinée avec les coordonnées de référence des simulations (données linéaires)

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 16/34

Combinaison de Données **simulées linéaires** : carte des **vitesse**s

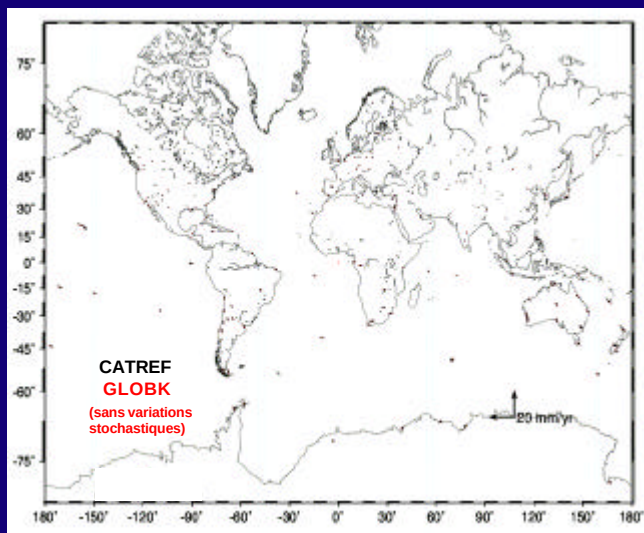


Fig.4 : carte des différences des **vitesse**s de la solution combinée avec les coordonnées de référence des simulations (données linéaires)

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Les solutions CATREF & GLOBK (utilisé sans variations stochastiques des paramètres de positions et vitesses) sont ~ identiques

Colloque G2 2004
Nov. 2004 17/34

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Combinaison de Données simulées linéaires + bruit blanc (1 cm) :
carte des positions

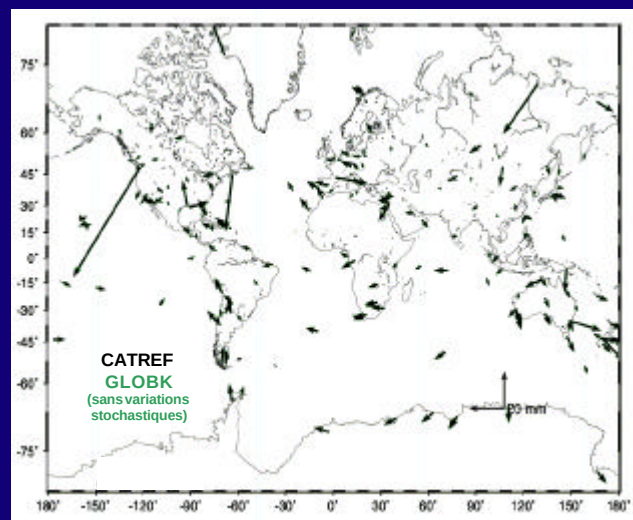


Fig.5 : carte des différences de positions de la solution combinée avec les coordonnées de référence des simulations (données linéaires + bruit blanc 1 cm)

Colloque G2 2004
Nov. 2004 18/34

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 19/34

Combinaison de Données **simulées linéaires** + **bruit blanc (1 cm)** :
carte des **vitesse**s

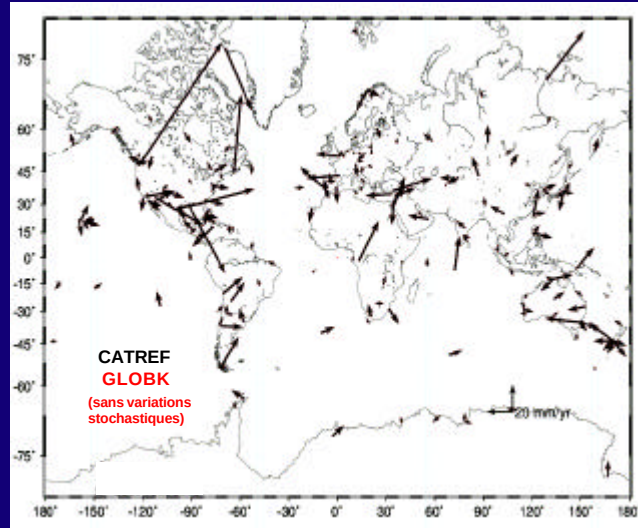


Fig.6 : carte des différences des **vitesse**s de la solution combinée
avec les coordonnées de référence des simulations
(données linéaires + bruit blanc 1 cm)

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 20/34

Combinaison de Données **simulées linéaires** +
Gauss Markov (1 cm, 0.2 années) : carte des **position**s

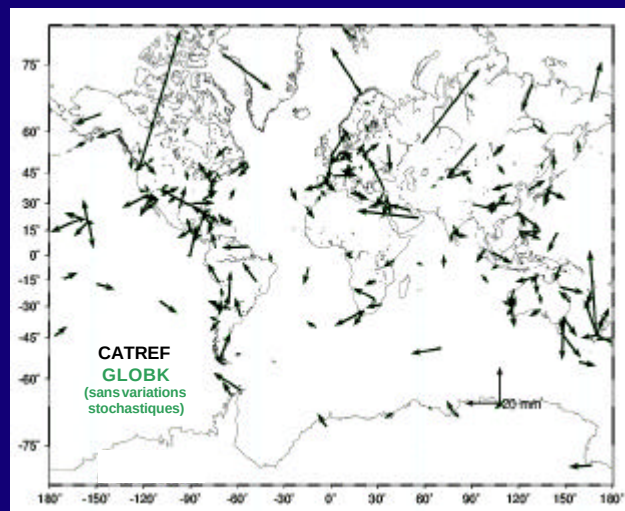


Fig.7 : carte des différences de **position**s de la solution combinée
avec les coordonnées de référence des simulations
(données linéaires + Gauss Markov 1 cm, 0.2 années)

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 21/34

Combinaison de Données simulées linéaires +
Gauss Markov (1 cm, 0.2 années) : carte des vitesses

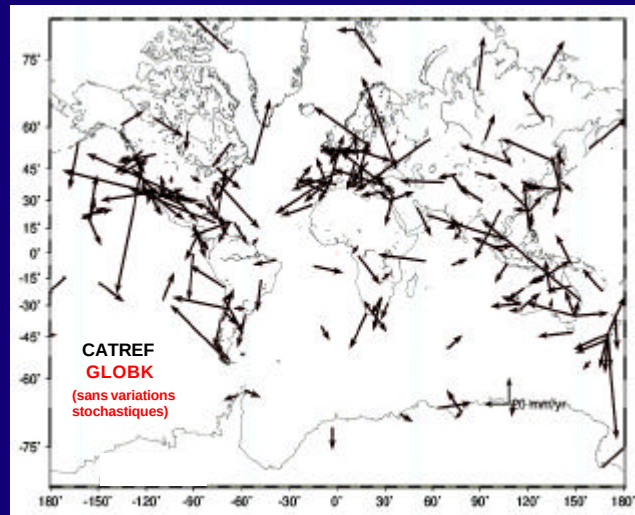


Fig.8 : carte des différences des vitesses de la solution combinée avec les coordonnées de référence des simulations (données linéaires + Gauss Markov 1 cm, 0.2 années)

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 22/34

Combinaison de Données simulées linéaires +
Gauss Markov (1 cm, 0.2 années) : carte des positions

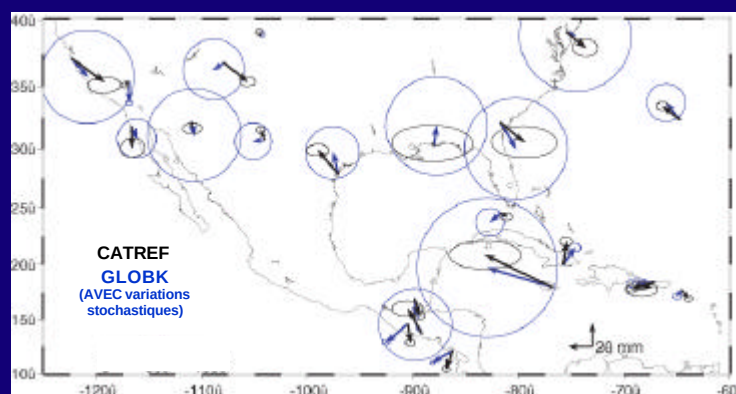


Fig.9 : carte des différences de positions de la solution combinée avec les coordonnées de référence des simulations (données linéaires + Gauss Markov 1 cm, 0.2 années)

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 23/34

Combinaison de Données simulées linéaires +
Gauss Markov (1 cm, 0.2 années) : carte des vitesses

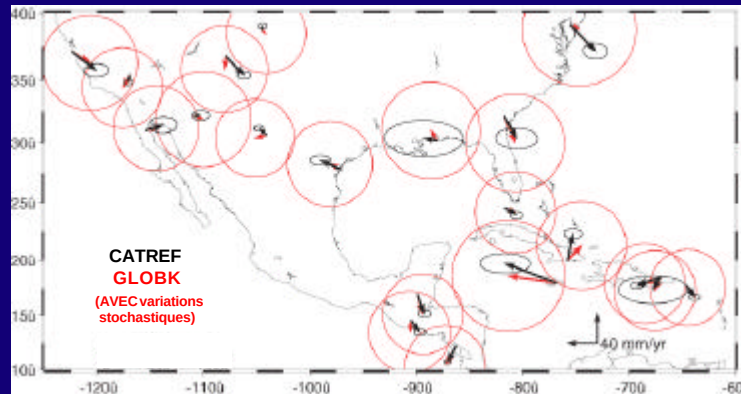


Fig.10 : carte des différences des vitesses de la solution combinée avec les coordonnées de référence des simulations (données linéaires + Gauss Markov 1 cm, 0.2 années)

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 24/34

Les variances de GLOBK dans cette configuration sont beaucoup plus réalistes.

Mais une information supplémentaire a été ajoutée : amplitude des variations stochastiques

Combinaison de Données **réelles** SINEX hebdomadaires MIT
(Fev 2003 à Octobre 2004) : carte des **positions**

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

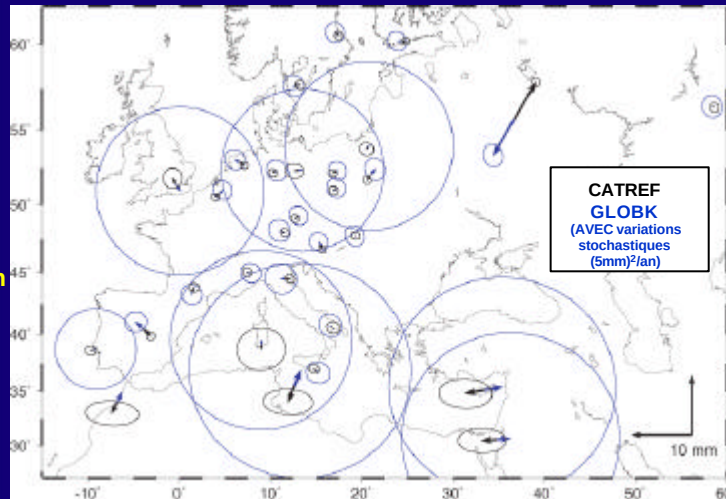


Fig.11 : carte des différences de **positions** des solutions combinées de CATREF & GLOBK avec une solution moyenne.

Colloque G2 2004
Nov. 2004 25/34

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

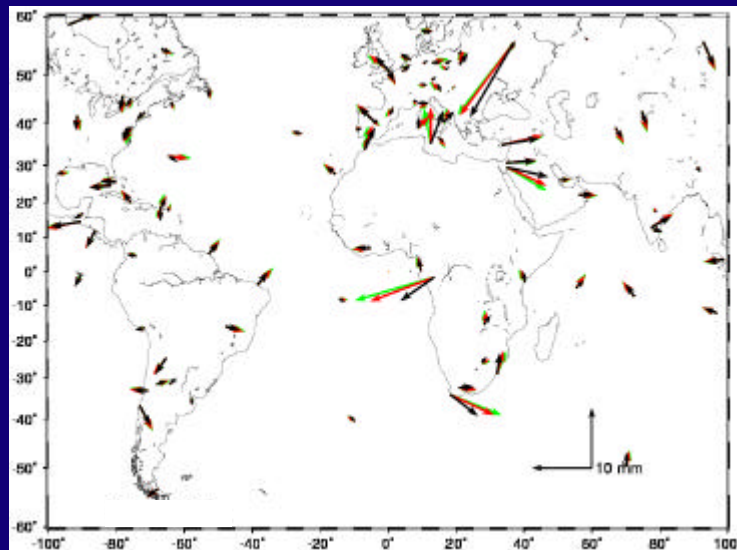


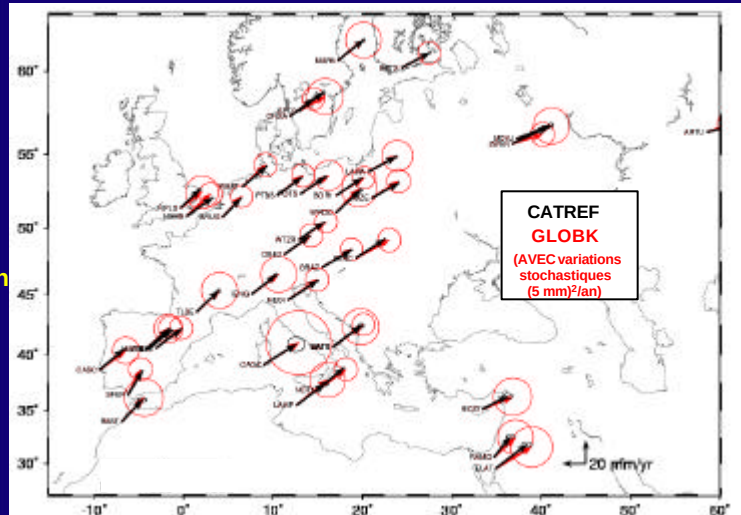
Fig.12 : carte des différences de **positions** entre des solutions GLOBK et la solution CATREF

Colloque G2 2004
Nov. 2004 26/34

Combinaison de Données **réelles** SINEX hebdomadaires MIT
(Fev 2003 à Octobre 2004) : carte des **vitesse**s

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- ➔ **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

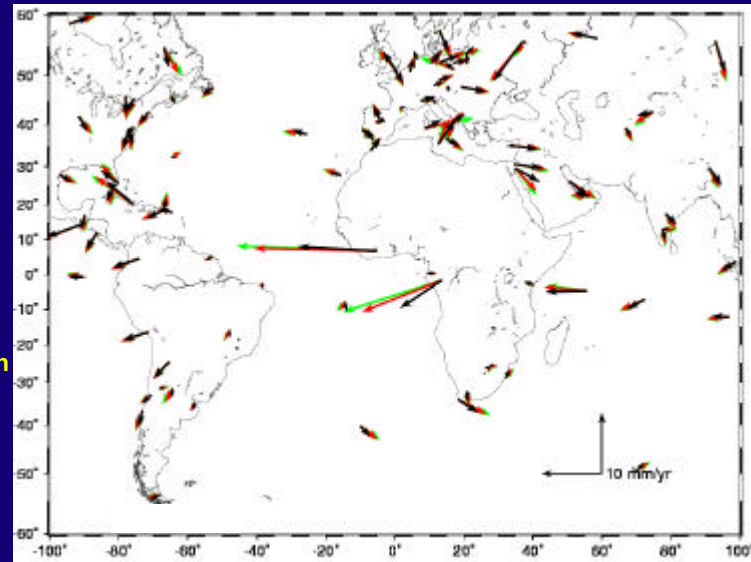


Colloque G2 2004
Nov. 2004 27/34

Fig.13 : carte du champs de **vitesse**s des solutions combinée avec CATREF et GLOBK

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- ➔ **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie



Colloque G2 2004
Nov. 2004 28/34

Fig.14 : carte des différences de **vitesse**s entre des solutions GLOBK et la solution CATREF

Amplitude des variations
stochastiques de GLOBK :
— (5mm)²/an
— (10mm)²/an
— (14.1mm)²/an

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- **Comparaison**
- Contraintes
- Conclusion
- Bibliographie

La solution du filtre de Kalman suit le processus de bruit de la série à cumuler en fonction de la variance de q_k choisie.

La solution fournie est donc instantanée

Colloque G2 2004
Nov. 2004 29/34

Contraintes (1)

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- Comparaison
- **Contraintes**
- Conclusion
- Bibliographie

- Le GPS est une technique dynamique: il porte donc l'information du centre de masse de la Terre (CM).
L'échelle est définie par des paramètres physiques (GM,c)
- Pourtant, on estime systématiquement la translation et l'échelle lors de la mise en référence.
- Échelle obtenue lors des simulations



Colloque G2 2004
Nov. 2004 30/34

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- Comparaison
- ➔ **Contraintes**
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 31/34

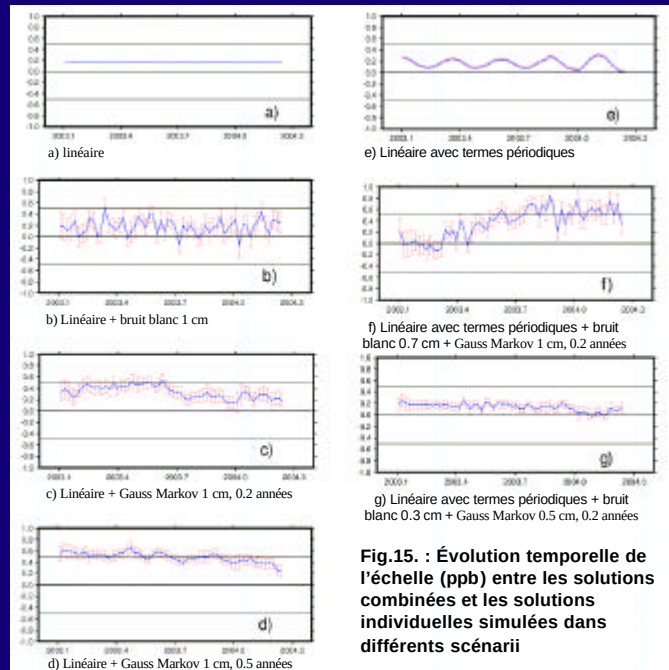


Fig.15. : Évolution temporelle de l'échelle (ppb) entre les solutions combinées et les solutions individuelles simulées dans différents scénarii

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- Comparaison
- ➔ **Contraintes**
- Conclusion
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 32/34

- Faut-il ou non estimer l'échelle?

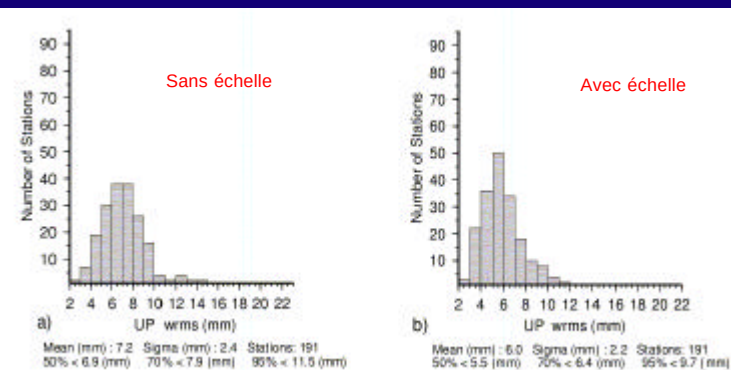


Fig.16: histogramme des RMS de régressions linéaires effectuées sur la composante altimétrique des positions dans 2 scénarii de mise en référence : avec ou sans échelle.

- Pour la translation, c'est plus délicat

GPS aligné sur le CM instantané
ITRF2000 aligné sur CM moyen

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- Comparaison
- Contraintes
- ➔ **Conclusion**
- Bibliographie

Colloque G2 2004
Nov. 2004 33/34

Conclusion

- Il existe une façon de faire tourner GLOBK de la même façon que CATREF : Mise en référence équivalente
- GLOBK fournit une solution instantanée avec des variances plus réalistes
- La méthode de filtrage est flexible mais est plus délicate à utiliser.
 - Valeurs a priori
 - Amplitude des variations stochastiques ?
- Avenir: rendre la variance de CATREF plus réaliste
- Actuellement: il vaut mieux estimer l'échelle et la translation.

PLAN

- Introduction
- CATREF
- GLOBK
- Comparaison
- Contraintes
- Conclusion
- ➔ **Bibliographie**

Colloque G2 2004
Nov. 2004 34/34

Bibliographie

CATREF

- Altamimi Z.
Modèle de combinaison de positions et vitesses de stations et des paramètres d'orientation de la Terre
- Altamimi Z, Sillard P. and Boucher C.
ITRF2000: A new release of the International Terrestrial Reference Frame for earth science applications
Journal of Geophysical Research (Solid Earth), **2002**
- Altamimi Z., Sillard P. and Boucher C.
ITRF2000: From Theory to Implementation

GLOBK

- Herring T.A.
GLOBK : Global Kalman filter VLBI and GPS analysis program
2002
- Dong D., Herring, T.A. and King R.W.
Estimating regional deformation from a combination of space and terrestrial geodetic data
Journal of Geodesy, **1998**, 72, 200-214
- Herring T.A., Davis, J.L. and Shapiro I.I.
Geodesy by radio interferometry: The application of Kalman filtering to the analysis of very long baseline interferometry data
Journal of Geophysical Research (Solid Earth), **1990**, 95, 12561-12582

En plus...

En plus...

- EOP CATREF, équations d'observation:

$$\begin{cases} x_s^p &= x^p + R2_k \\ y_s^p &= y^p + R1_k \\ UT_s &= UT - \frac{1}{f} R3_k \\ \dot{x}_s^p &= \dot{x}^p + \dot{R}2_k \\ \dot{y}_s^p &= \dot{y}^p + \dot{R}1_k \\ LOD_s &= LOD + \frac{\Lambda_0}{f} \dot{R}3_k \end{cases}$$

Colloque G2 2004
Nov. 2004 35/34

- Filtrage de Kalman

$$\begin{cases} \delta \mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{S}_k \delta \mathbf{X}_k + \mathbf{q}_k \\ \delta \mathbf{Y}_k = \mathbf{A}_k \delta \mathbf{X}_k + \varepsilon_k \end{cases} \quad \left| \quad \begin{cases} E(\mathbf{q}_k \mathbf{q}_k^T) = \mathbf{Q}_k \\ E(\mathbf{q}_k) = 0, & E(\varepsilon_k) = 0 \\ E(\mathbf{q}_k \varepsilon_{k+j}) = 0, & E(\varepsilon_k \varepsilon_{k+j}) = 0 \\ E(\mathbf{q}_k \varepsilon_{k+j}) = 0, & E(\varepsilon_k \delta \mathbf{X}_{k+j}) = 0, & E(\mathbf{X}_k \varepsilon_{k+j}) = 0 \end{cases} \quad \text{and} \quad \begin{cases} E(\varepsilon_k \varepsilon_k^T) = \mathbf{P}_k \\ \text{for all } k, \text{ and} \\ \text{for all } k \text{ and } j \neq 0 \\ \text{for all } k \text{ and all } j \end{cases}$$

En plus...

- Résolution en deux étapes:

Prédiction:
$$\begin{aligned} \delta \mathbf{X}_{k+1|k} &= \mathbf{S}_k \delta \mathbf{X}_k \\ \mathbf{C}_{k+1|k} &= \mathbf{S}_k \mathbf{C}_k \mathbf{S}_k^T + \mathbf{Q}_k \end{aligned}$$

Mise à jour:
$$\begin{aligned} \delta \mathbf{X}_{k+1} &= \delta \mathbf{X}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1} (y_{k+1} - \mathbf{A}_{k+1} \delta \mathbf{X}_{k+1|k}) \\ \mathbf{C}_{k+1} &= \mathbf{C}_{k+1|k} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{C}_{k+1|k} \end{aligned}$$

avec

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{C}_{k+1|k} \mathbf{A}_{k+1}^T (\mathbf{P}_{k+1} + \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{C}_{k+1|k} \mathbf{A}_{k+1}^T)^{-1}$$

Colloque G2 2004
Nov. 2004 36/34

► Initialisation

• GLOBK: paramètres et modèle

• Paramètres et modèle

$$\begin{aligned}\delta \mathbf{x}_{k+1} &= \delta \mathbf{x}_k + D X_{0,h} + T_k + \mu \Omega_k + (t_{k+1} - t_k) [\dot{D} X_{0,h} + \delta \dot{\mathbf{x}}_k \\ &\quad + \dot{T}_k + \mu \dot{\Omega}_k] + \mathbf{q}_k^e \\ \delta \dot{\mathbf{x}}_{k+1} &= \delta \dot{\mathbf{x}}_k + \dot{D} X_{0,h} + \dot{T}_k + \mu \dot{\Omega}_k + \mathbf{q}_k^v \\ D_{k+1} &= D_k + (t_{k+1} - t_k) \dot{D}_k + \mathbf{q}_k^d \\ T_{k+1} &= T_k + (t_{k+1} - t_k) \dot{T}_k + \mathbf{q}_k^t \\ \Omega_{k+1} &= \Omega_k + (t_{k+1} - t_k) \dot{\Omega}_k + \mathbf{q}_k^\omega\end{aligned}$$

→ Marche aléatoire & bruit blanc

→ Marche aléatoire

→ Marche aléatoire

→ Marche aléatoire

→ Marche aléatoire & bruit blanc

• Traitement des EOP et de la rotation

- Pas de liaison explicite des EOP avec les autres paramètres
- Structure de la matrice de covariance des observations

Colloque G2 2004
Nov. 2004 37/34

• GLOBK : mise en référence (stabilisation)

• Mise en référence : Stabilisation

$$l_c = A_c \delta X$$



$$\begin{aligned}\delta \hat{X}_c &= \delta \hat{X} + C_x A_c^T (C_c + A_c C_x A_c^T)^{-1} (l_c - A_c \delta \hat{X}) \\ C_{x_c} &= C_x - C_x A_c^T (C_c + A_c C_x A_c^T)^{-1} A_c C_x\end{aligned}$$

Colloque G2 2004
Nov. 2004 38/34

- Exemple de lissage (GLOBK)

Lissage pour 2 valeurs
différentes de la variance du
processus de bruit
(1 cm²/jour, 10 cm²/jour)

Données Simulées:

