

SOURCE D'EXCITATION:

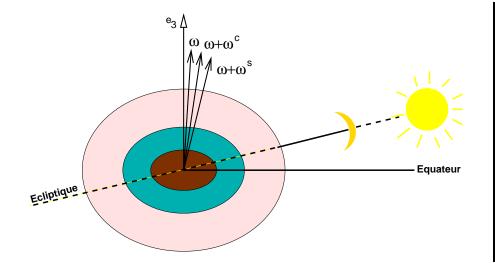
Potentiel de marees luni-solaires presque diurnes

Theoreme du moment cinetique pour la Terre, le noyau et la graine:

Perturbation des axes de rotation de la Terre, du noyau fluide et de la graine

Nutations

Perturbation de la gravite en surface



$$\frac{d\vec{H}}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H} = \vec{L}$$

$$\frac{d\vec{H}^c}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H}^c = \vec{C}^c - \vec{\Gamma}^m - \vec{\Gamma}^s$$

$$\frac{d\vec{H}^s}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H}^s = \vec{\Gamma}^s + \vec{G}^s + \vec{L}^s$$

- \vec{L} , \vec{L}^s : couples de la force de marée luni-solaire agissant sur le bourrelet équatorial de la Terre et de la graine.
- \vec{C}^c : couple inertiel.
- \vec{G}^s : couple gravitationnel et de pression agissant sur la graine.
- $\vec{\Gamma}^m$, $\vec{\Gamma}^s$: couples de friction visco-magnétique agissant à la CMB et à l'ICB.

Moment cinétique

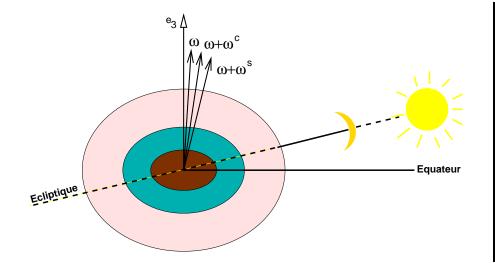
- de la Terre: $H_i = C_{ij}\omega_j + C_{ij}^c\omega_j^c + C_{ij}^s\omega_j^s$
- du noyau: $H_i^c = C_{ij}^c \left[\omega_j + \omega_j^c \right]$
- de la graine: $H_i^s = C_{ij}^s \ [\omega_j + \omega_j^s]$

 C_{ij} , C_{ij}^c et C_{ij}^s tenseur d'inertie de la Terre, du noyau fluide et de la graine.

Déformations élastiques:

- au potentiel de marée
- au potentiel de rotation de la Terre, du noyau et de la graine

Formalisme de nombres de Love généralisés

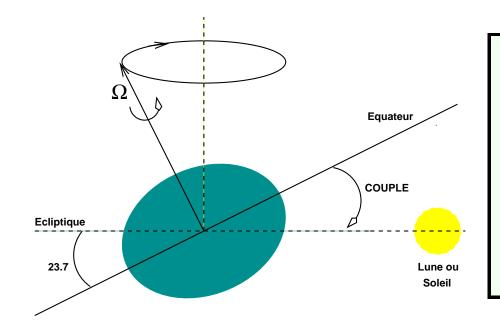


$$\frac{d\vec{H}}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H} = \vec{L}$$

$$\frac{d\vec{H}^c}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H}^c = \vec{C}^c - \vec{\Gamma}^m - \vec{\Gamma}^s$$

$$\frac{d\vec{H}^s}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H}^s = \vec{\Gamma}^s + \vec{G}^s + \vec{L}^s$$

- \vec{L} , \vec{L}^s : couples de la force de marée luni-solaire agissant sur le bourrelet équatorial de la Terre et de la graine.
- \vec{C}^c : couple inertiel.
- \vec{G}^s : couple gravitationnel et de pression agissant sur la graine.
- $\vec{\Gamma}^m$, $\vec{\Gamma}^s$: couples de friction visco-magnétique agissant à la CMB et à l'ICB.



Couple de marées luni-solaires

L'attraction gravitationnelle de la Lune et du Soleil exerce sur la Terre, via les bourrelets équatoriaux, un couple de forces qui tend à faire basculer son axe de rotation et à l'aligner perpendiculairement à l'écliptique. Ce basculement est contrarié par la force centrifuge: c'est la PRECESSION

La variation au cours du temps du moment des forces implique que le mouvement de l'axe de rotation n'est pas uniforme. A l'echelle de quelques années, l'inclinaison de l'axe par rapport à l'écliptique oscille autour d'une valeur moyenne: ce sont les NUTATIONS.

- Nutation de Bradley: liée à l'evolution de l'orbite lunaire (perturbée par le Soleil) autour de la Terre. Période: 18.6 ans. Amplitude $\simeq 9.2s$.
- Nutations annuelles, semi-annuelles ... : liées à la révolution de la Terre autour du Soleil. Amplitudes inférieures à la seconde d'arc.

Potentiel de marée

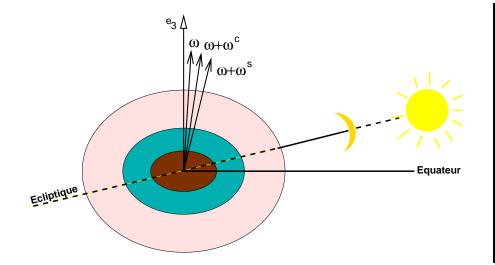
• Dans un repère qui tourne avec le manteau, le potentiel est presque diurne:

$$V_2 = V_o \ 3\cos\theta\sin\theta\sin[-\lambda_x t + \varphi]$$

 $\lambda_x = -\Omega[1+x]$ avec $x \ll 1$; Ω : rotation sidérale. θ, φ : colatitude et longitude

- Dans le repère céleste, ces ondes ont une période $\frac{1}{x} = \frac{366.25}{k}$ jours avec k = 1..3 pour les ondes annuelles, semi-annuelles ...
- Force de marée: $\vec{F} = \rho \vec{\nabla} V_2$
- Moment des forces: $\vec{L} = \int \vec{r} \wedge \rho \vec{\nabla} V_2 \ dv = \frac{3\alpha A}{a^2} V_o \begin{pmatrix} \cos \Omega t (1+x) \\ -\sin \Omega t (1+x) \\ 0 \end{pmatrix}$
- Couple de marée sur la graine: $\vec{L}^s = \frac{3\alpha^s A^s \Delta \rho}{a^2} V_o \begin{pmatrix} \cos \Omega t (1+x) \\ -\sin \Omega t (1+x) \\ 0 \end{pmatrix}$

avec α [α^s] et A [A^s] l'aplatissement dynamique et le moment d'inertie de la Terre [de la graine]. $\Delta \rho$: saut de densité à l'ICB.



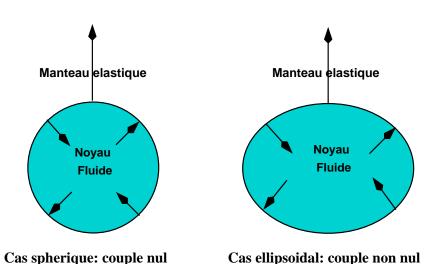
$$\frac{d\vec{H}}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H} = \vec{L}$$

$$\frac{d\vec{H}^c}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H}^c = \vec{C}^c - \vec{\Gamma}^m - \vec{\Gamma}^s$$

$$\frac{d\vec{H}^s}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H}^s = \vec{\Gamma}^s + \vec{G}^s + \vec{L}^s$$

- \vec{L} , \vec{L}^s : couples de la force de marée luni-solaire agissant sur le bourrelet équatorial de la Terre et de la graine.
- \vec{C}^c : couple inertiel.
- \vec{G}^s : couple gravitationnel et de pression agissant sur la graine.
- $\vec{\Gamma}^m$, $\vec{\Gamma}^s$: couples de friction visco-magnétique agissant à la CMB et à l'ICB.

Couple inertiel sur le noyau

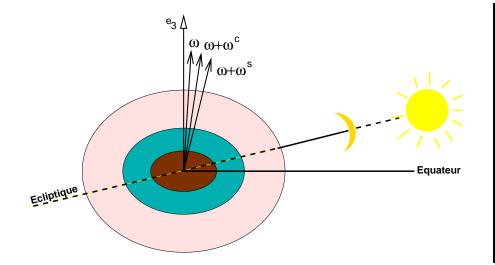


=> diminue le basculement du noyau

- Le moment des forces de pression provient de la rotation en bloc du noyau fluide.
- Le noyau, comme le manteau, est aplati: en tournant, il "bute" sur le manteau, ce qui crée des pressions à la CMB, pressions dont le moment résultant est non nul.

$$ec{C}^c = \left(ec{\omega} + ec{\omega}^c \right) \wedge ec{H}^c$$

• Même type de couple de pression entre le noyau fluide et la graine solide.



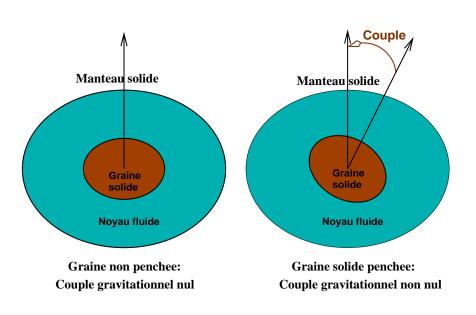
$$\frac{d\vec{H}}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H} = \vec{L}$$

$$\frac{d\vec{H}^c}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H}^c = \vec{C}^c - \vec{\Gamma}^m - \vec{\Gamma}^s$$

$$\frac{d\vec{H}^s}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H}^s = \vec{\Gamma}^s + \vec{G}^s + \vec{L}^s$$

- \vec{L} , \vec{L}^s : couples de la force de marée luni-solaire agissant sur le bourrelet équatorial de la Terre et de la graine.
- \vec{C}^c : couple inertiel.
- ullet \vec{G}^s : couple gravitationnel et de pression agissant sur la graine.
- $\vec{\Gamma}^m$, $\vec{\Gamma}^s$: couples de friction visco-magnétique agissant à la CMB et à l'ICB.

Couple gravitationnel sur la graine penchée



• Formes ellipsoidales du manteau, du noyau et de la graine

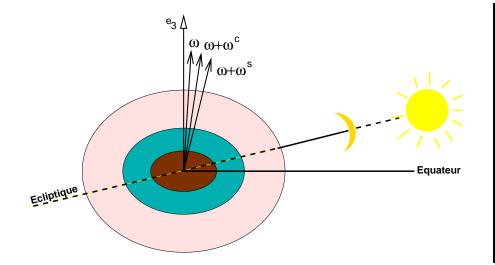
+

• 3 axes de rotation légèrement différents

 \Downarrow

Les masses du manteau et du noyau exercent sur la graine des forces gravitationnelles dont le moment résultant n'est pas nul.

Ce couple dépend fortement de la viscosité de la graine



$$\frac{d\vec{H}}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H} = \vec{L}$$

$$\frac{d\vec{H}^c}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H}^c = \vec{C}^c - \vec{\Gamma}^m - \vec{\Gamma}^s$$

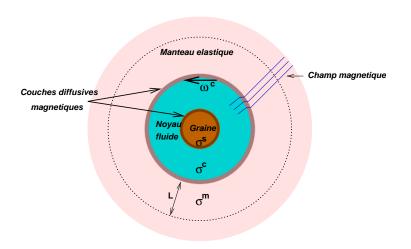
$$\frac{d\vec{H}^s}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H}^s = \vec{\Gamma}^s + \vec{G}^s + \vec{L}^s$$

- \vec{L} , \vec{L}^s : couples de la force de marée luni-solaire agissant sur le bourrelet équatorial de la Terre et de la graine.
- \vec{C}^c : couple inertiel.
- \vec{G}^s : couple gravitationnel et de pression agissant sur la graine.
- $\vec{\Gamma}^m$, $\vec{\Gamma}^s$: couples de friction visco-magnétique agissant à la CMB et à l'ICB.

Couples électromagnétiques

Courants induits dans le manteau (\vec{j}_m) et dans la graine (\vec{j}_s) par le champ de vitesse du noyau $(\vec{\omega}^c \wedge \vec{r})$ et de la graine $(\vec{\omega}^s \wedge \vec{r})$.

$$ec{\Gamma}^m = \int \limits_{ ext{manteau}} ec{r} \wedge (ec{j}_m \wedge ec{B}_o) dv; \qquad \qquad ec{\Gamma}^s = \int \limits_{ ext{graine}} ec{r} \wedge (ec{j}_s \wedge ec{B}_o) dv$$



- Hypothèses (Buffett, 1992):
- 1) \vec{B}_o champ magnétique principal dipolaire;
- 2) autour du jour $\frac{\partial \vec{B}_o}{\partial t} = \vec{0}$.
- 3) \vec{B}_o à l'ICB a le même ordre de grandeur qu' à la CMB.
- Résolution de l'équation d'induction
- + Conditions de continuité en c, b et b+L
- \Rightarrow \vec{j}_m et \vec{j}_s induits

Couples électromagnétiques

$$\vec{\Gamma}_m^m = A^c \Omega K_m \begin{pmatrix} \omega_1^c - \omega_2^c \\ \omega_2^c + \omega_1^c \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{\Gamma}_m^s = A^s \Omega K_s \begin{pmatrix} \omega_1^c - \omega_1^s + \omega_2^s - \omega_2^c \\ \omega_2^c - \omega_2^s + \omega_1^c - \omega_1^s \\ 0 \end{pmatrix}$$

Constantes de friction magnétique K_m et K_s dépendent:

- du profil de conductivité
- du carré de l'amplitude du champ magnétique dipolaire

Modèle de conductivité: $\sigma_s = \sigma_c = 5 \times 10^5 \ (\Omega.\text{m})^{-1}$

Modèle (a) : Poirier et al., 1998
$$\begin{cases} \sigma_m = 10 \ (\Omega.\text{m})^{-1} \\ L = 2000 \ \text{km} \\ K_m = 2.3 \times 10^{-8} \\ K_s = 6.2 \times 10^{-6} \end{cases}$$

Modèle (b): **Buffett, 1992** $\begin{cases} \sigma_m = \sigma_c \\ L = 500 \text{ m} \\ K_m = 2.6 \times 10^{-6} \\ K_s = 6.2 \times 10^{-6} \end{cases}$

$$K_c = K_m + \frac{A_s}{A_c} K_s$$

Couples visqueux

Contrainte visqueuse Σ dans une couche limite proche de la CMB et de l'ICB

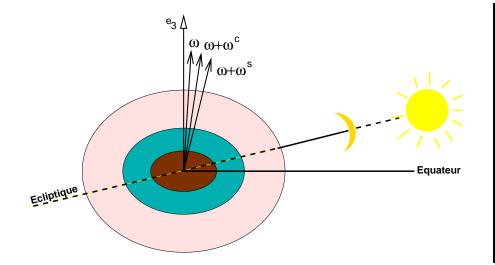
$$\vec{\Gamma}_v^m = \int\limits_{CMB} \vec{r} \wedge \underline{\Sigma} \vec{n} ds; \qquad \qquad \vec{\Gamma}_v^s = \int\limits_{ICB} \vec{r} \wedge \underline{\Sigma} \vec{n} ds$$

Loper (1975):

$$\vec{\Gamma}_v^m = A^c \Omega \begin{pmatrix} K_m \omega_1^c - K_m' \omega_2^c \\ K_m \omega_2^c + K_m' \omega_1^c \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{\Gamma}_v^s = A^s \Omega \begin{pmatrix} K_s (\omega_1^c - \omega_1^s) + K_s' (\omega_2^s - \omega_2^c) \\ K_s (\omega_2^c - \omega_2^s) + K_s' (\omega_1^c - \omega_1^s) \\ 0 \end{pmatrix}$$

avec $K_m = 2.6\sqrt{E}$ et $K'_m = \frac{1}{10}K_m$. et $K_s = 2.6\sqrt{E} \frac{A^c}{A^s} (\frac{c}{b})^4$ et $K'_s = \frac{1}{10}K_s$.

Pour le noyau $E = 10^{-15}$ (Poirier, 1988). $\Rightarrow K_m = 8 \times 10^{-8}$ et $K_s = 2 \times 10^{-7}$.



$$\frac{d\vec{H}}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H} = \vec{L}$$

$$\frac{d\vec{H}^c}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H}^c = \vec{C}^c - \vec{\Gamma}^m - \vec{\Gamma}^s$$

$$\frac{d\vec{H}^s}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{H}^s = \vec{\Gamma}^s + \vec{G}^s + \vec{L}^s$$

- \vec{L} , \vec{L}^s : couples de la force de marée luni-solaire agissant sur le bourrelet équatorial de la Terre et de la graine.
- \vec{C}^c : couple inertiel.
- \vec{G}^s : couple gravitationnel et de pression agissant sur la graine.
- $\vec{\Gamma}^m$, $\vec{\Gamma}^s$: couples de friction visco-magnétique agissant à la CMB et à l'ICB.

Modes propres de rotation pour une graine élastique

Modèle (a) de conductivité: $K_c = 10^{-7}$ et $K_s = 6.4 \times 10^{-6}$

CHANDLER WOBBLE: mouvement de l'axe de rotation terrestre par rapport à un repère lié à la surface de la planète de période 435 jours.

INNER-CORE-WOBBLE (ICW):

fréquence propre de type 'Chandler' liée au basculement de la graine par rapport au manteau, de période 6.3 ans.

FREE-CORE-NUTATION

(FCN): mode propre de rotation presque diurne lié au noyau: $\lambda_{FCN} = -\Omega \left[1 + \frac{1}{459.8} \right]$ pour PREM avec un facteur de qualité $Q_{FCN} \simeq \frac{A^m}{2K_c A} = 4.2 \times 10^6$.

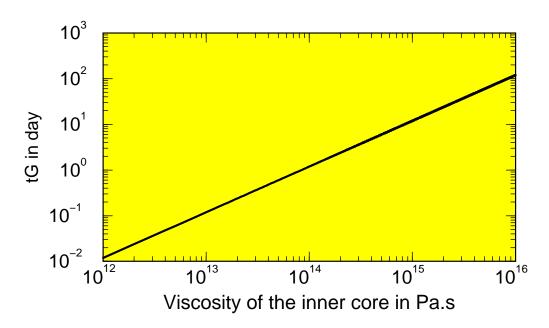
FREE-INNER-CORE-NUTATION

(FICN): mode propre de rotation presque diurne lié à la graine: $\lambda_{FICN} = -\Omega \left[1 - \frac{1}{486.8} \right] \text{ pour }$ PREM avec un facteur de qualité $Q_{FICN} \simeq \frac{1}{2K_s} = 7.8 \times 10^4 \text{ .}$

Graine viscoélastique

- Modèle de rhéologie pour la graine: corps linéaire de Maxwell
- Les déformations viscoélastiques dependent du temps de relaxation viscoélastique de la graine τ_G
- τ_G proportionnel à la viscosité de la graine ν_s et à $\frac{1}{\Delta \rho}$ [$\Delta \rho$, le saut de densité à l'ICB].

Viscoelastic relaxation time of the inner core in day



$$\nu_s \sim 10^{14} \text{ Pa.s} \Rightarrow \tau_G \sim \text{one day.}$$

Modes propres de rotation pour une graine viscoélastique Modèle (a) de conductivité: $K_c = 10^{-7} + \frac{A^s}{A} K_s$

CHANDLER WOBBLE:

Période et atténuation peu perturbées par les frictions à la CMB et l'ICB et par la viscosité de la graine

INNER-CORE-WOBBLE:

Disparait pour une graine fluide

FREE-CORE-NUTATION:

Période peu perturbée par K_c , K_s et la viscosité de la graine. Atténuation liée à K_c , K_s and ν_s :

FREE-INNER-CORE-NUTATION:

La période spatiale de la FICN varie de 75 jours (graine quasifluide) à quelques milliers de jours (graine élastique avec un fort champ magnétique à l'ICB).

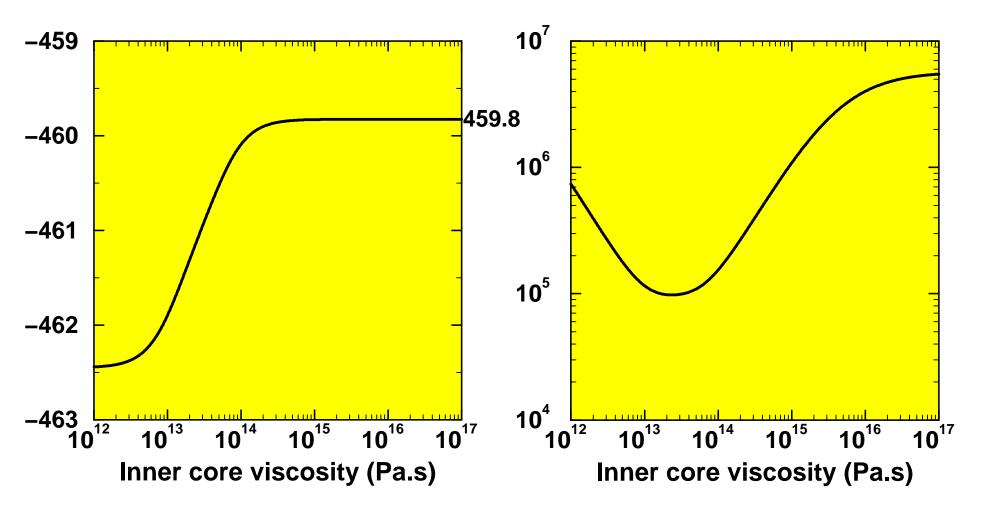
Atténuation liée à K_c , K_s et ν_s .

Période et atténuation de la FCN

Modèle (a) de conductivité: $K_c = 10^{-7}$ et $K_s = 6.4 \times 10^{-6}$



Quality factor of the FCN



Modes propres de rotation pour une graine viscoélastique Modèle (a) de conductivité: $K_c = 10^{-7} + \frac{A^s}{A} K_s$

CHANDLER WOBBLE:

Période et atténuation peu perturbées par les frictions à la CMB et l'ICB et par la viscosité de la graine

INNER-CORE-WOBBLE:

Disparait pour une graine fluide

FREE-CORE-NUTATION:

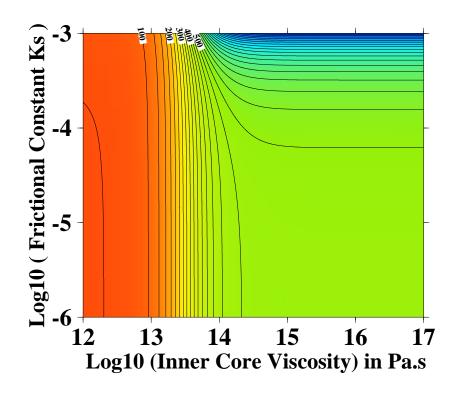
Période peu perturbée par K_c , K_s et la viscosité de la graine. Atténuation liée à K_c , K_s and ν_s :

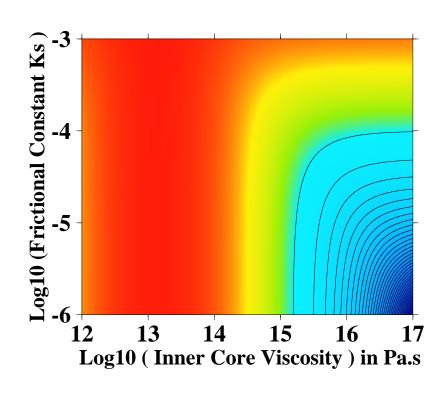
FREE-INNER-CORE-NUTATION:

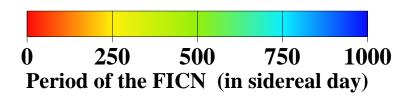
La période spatiale de la FICN varie de 75 jours (graine quasifluide) à quelques milliers de jours (graine élastique avec un fort champ magnétique à l'ICB).

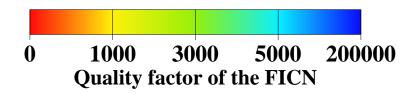
Atténuation liée à K_c , K_s et ν_s .

FICN: Période et atténuation



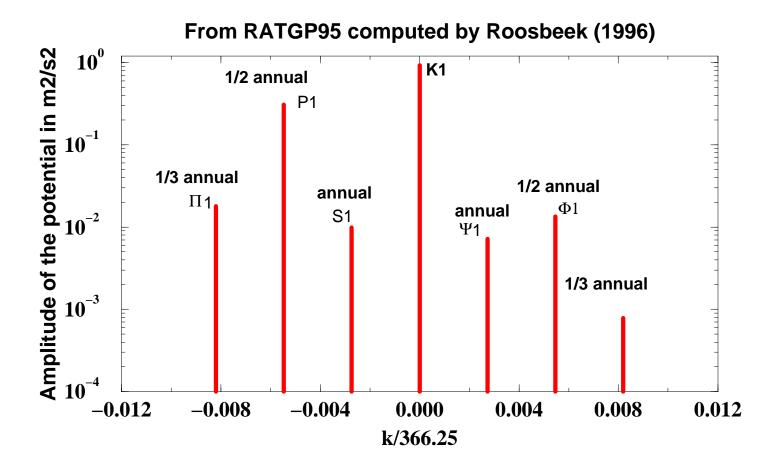






Potentiel de marée tesséral de degré 2

- Fréquence $\left[-\frac{k}{366.25}\Omega \text{ avec } k=\pm\ 0,1,2,3\right]$ dans le repère céleste.
- Amplitude [en m²/s²] des ondes de marées solaires.



Nutations spatiales

- dans un repère terrestre tournant : $\omega = \omega_o e^{-i\Omega t(1+x)}$
- dans le repère céleste: $\omega' = \omega e^{i\Omega t} = \omega_o e^{-i\Omega xt}$
- Perturbations de l'obliquité ϵ et de la précession Ψ :

$$\dot{\epsilon} + i \sin \epsilon_o \dot{\Psi} = \left(\omega_{o1} + i\omega_{o2}\right) e^{-i\Omega xt}$$

Variations de l'obliquité et de la longitude ont une fréquence spatiale égale à $-\Omega x$:

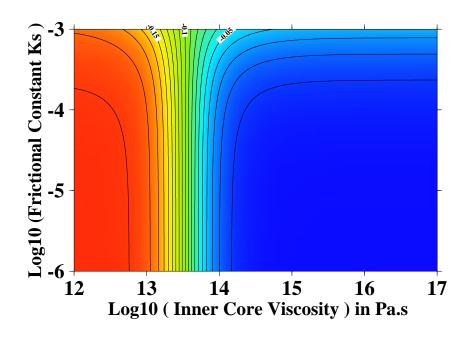
$$\delta \epsilon = -\frac{\omega_{o1}}{\Omega x} \sin(-\Omega xt) - \frac{\omega_{o2}}{\Omega x} \cos(-\Omega xt)$$

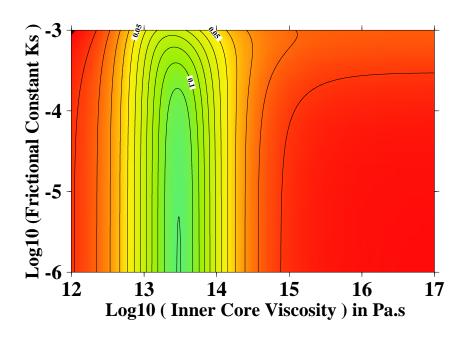
$$\delta \Psi \sin \epsilon_o = -\frac{\omega_{o2}}{\Omega x} \sin(-\Omega x t) + \frac{\omega_{o1}}{\Omega x} \cos(-\Omega x t)$$

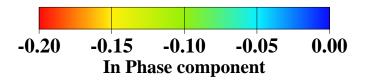
Composante en phase par rapport au potentiel de marée forçant $\left(-\frac{\omega_{o2}}{\Omega x}\right)$ et composante hors-phase $\left(\frac{\omega_{o1}}{\Omega x}\right)$ due à ν_s and K_c , K_s .

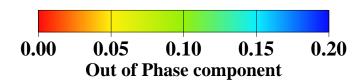
Nutation semi-annuelle prograde: P_1

Graine élastique, $K_c = K_s = 0$: $-\frac{\omega_{o2}}{\Omega x} \simeq 549$ mas



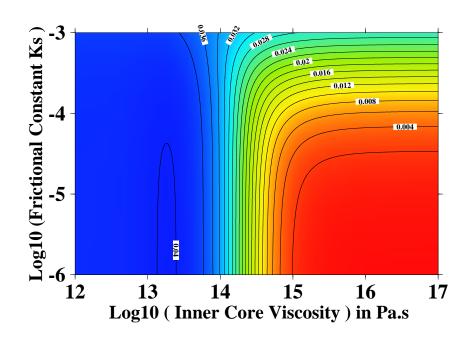


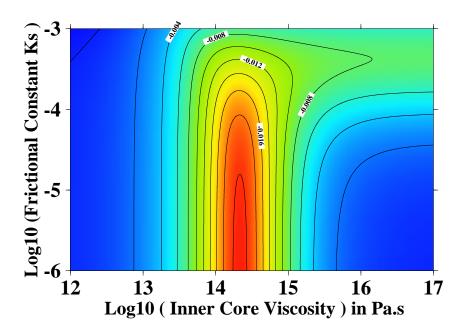


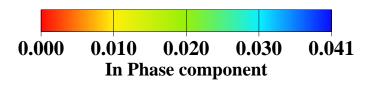


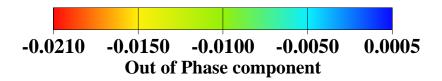
Nutation annuelle prograde: S_1

Graine élastique, $K_c = K_s = 0$: $-\frac{\omega_{o2}}{\Omega x} \simeq 26$ mas



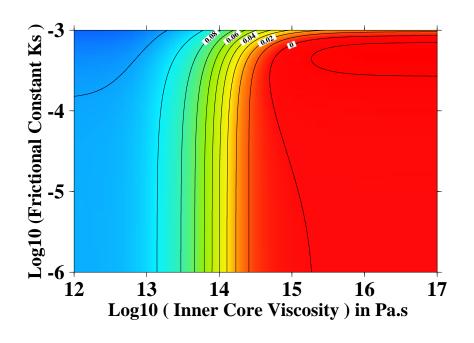


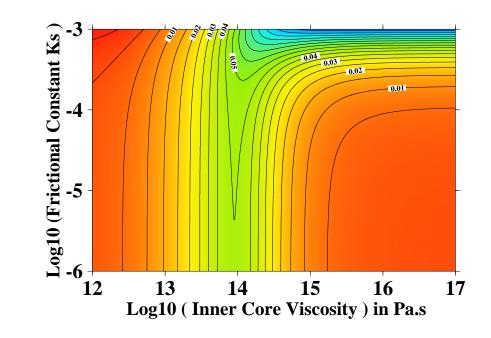


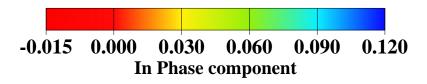


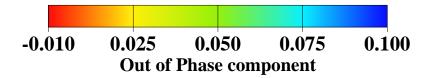
Nutation prograde 18,6 ans

Graine élastique, $K_c = K_s = 0$: $-\frac{\omega_{o2}}{\Omega x} \simeq 1179$ mas



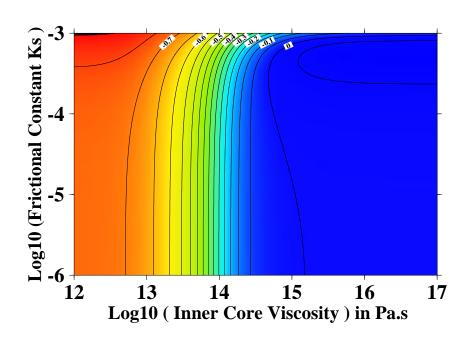


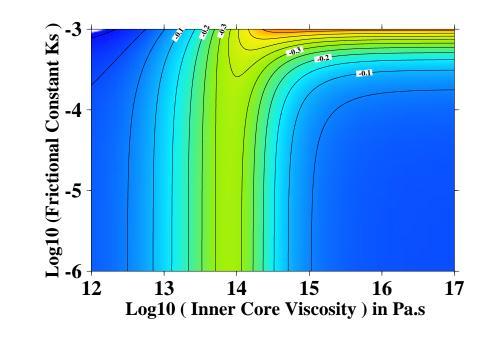


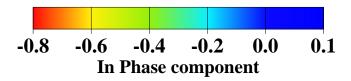


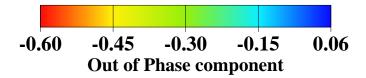
Nutation retrograde 18,6 ans

Graine élastique, $K_c = K_s = 0$: $-\frac{\omega_{o2}}{\Omega x} \simeq 8031$ mas









CONCLUSION

Non seulement la friction magnétique mais aussi la viscosité de la graine peuvent perturber la FICN et les nutations.

Des observations très précises des composantes en phase et hors phase peuvent donner des informations sur l'intérieur de la Terre:

- sur le saut de densité à l'ICB
- sur la viscosité effective de la graine
- sur l'amplitude du champ magnétique à l'ICB

Greff-Lefftz, M., Dehant, V. and Legros, H., 2002. Effects of inner core viscosity on gravity changes and spatial nutations induced by luni-solar tides. *Phys. Earth Planet. Int.*, 129, 31-41. Greff-Lefftz, M., Legros, H., Dehant, V., 2000. Influence of the inner core viscosity on the rotational eigenmodes of the Earth. *Phys. Earth Planet. Int.*, 122, vol 3-4, 187-203.