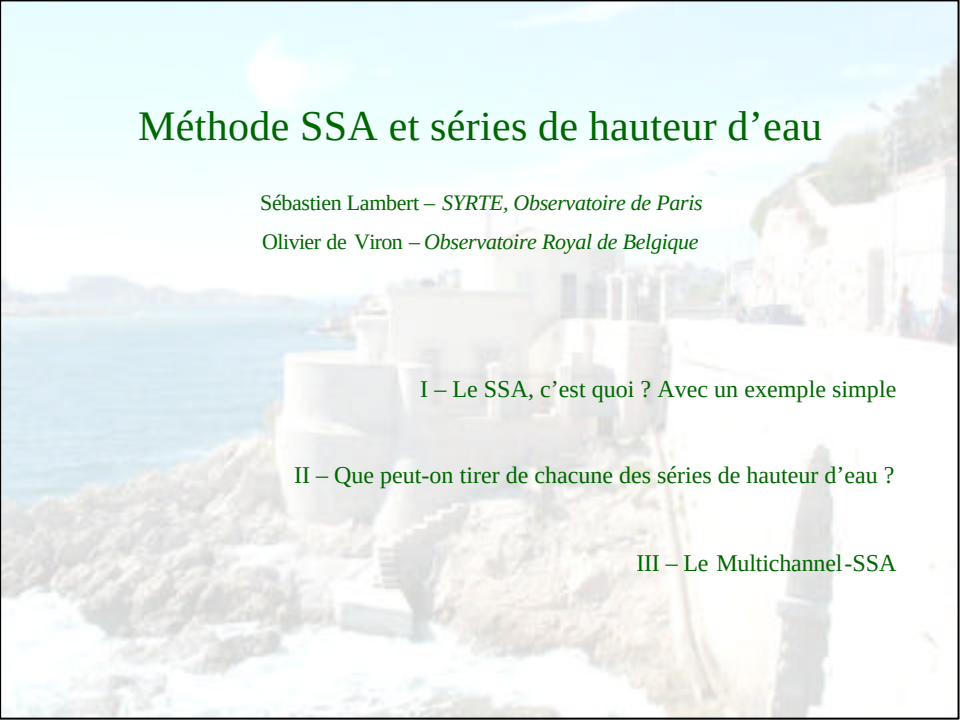




Méthode SSA et séries de hauteur d'eau

Sébastien Lambert – *SYRTE, Observatoire de Paris*

Olivier de Viron – *Observatoire Royal de Belgique*

I – Le SSA, c'est quoi ? Avec un exemple simple

II – Que peut-on tirer de chacune des séries de hauteur d'eau ?

III – Le Multichannel-SSA



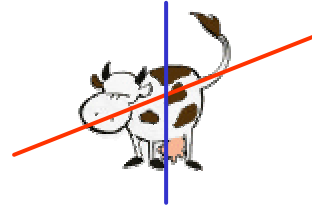
Méthode SSA : principe et exemple

Principe de la méthode SSA

Analyse en composantes principales :

→ trouver les directions privilégiées dans un nuage de points

→ description pertinente du système



Singular Spectrum Analysis :

Méthode basée sur le calcul des vecteurs propres de la matrice d'autocovariance C

Vecteur propre + valeur propre associée (% de variance expliquée)

On projette la série dans la base des vecteurs propres

→ suivant les vecteurs propres principaux, on a l'information pertinente

→ le bruit est relégué dans des directions non-principales

Principe de la méthode SSA

Etape 1 : choix d'un « covariance-lag » M

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$$

on découpe le signal en morceaux de longueur M

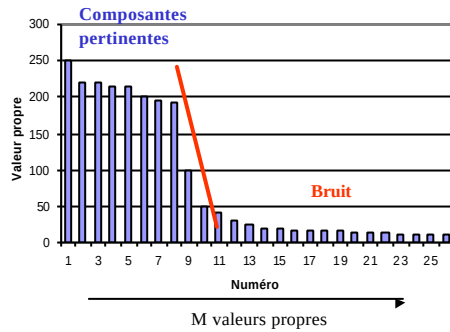
$$D = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_M \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{M+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N-M+1} & x_{N-M+2} & \dots & x_N \end{pmatrix}$$

la matrice d'autocovariance C est de taille $M \times M$

$$C = D^t D$$

Principe de la méthode SSA

Etape 2 : examen des valeurs propres de C

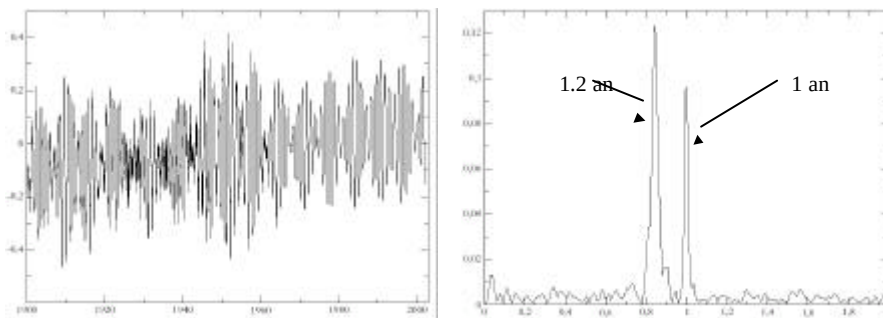


Petit théorème pratique

- une valeur propre isolée
tendance
- deux valeurs propres proches
signal périodique

Etape 3 : projeter la série originale sur les vecteurs propres et reconstruire les composantes

Un exemple facile : la série temporelle de mouvement du pôle



- 1 tendance de pente variable
- 1 oscillation de période 1 an d'amplitude variable
- 1 oscillation de période 1.2 an d'amplitude variable (terme de Chandler)
- du bruit

Un exemple facile : la série temporelle de mouvement du pôle

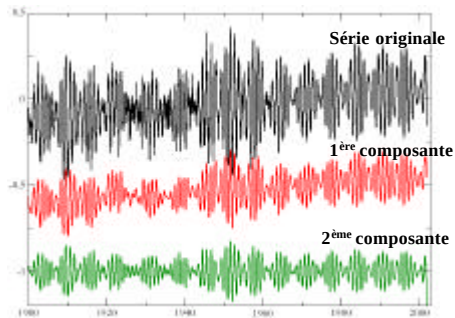
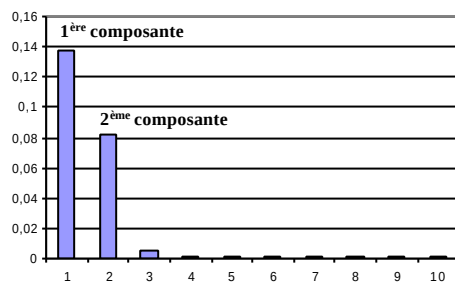
Du doigté dans le choix de M

le covariance-lag agit comme une fenêtre sur le signal

il doit être suffisamment long pour englober la période du signal recherché
(exactement comme en analyse spectrale de Fourier...)

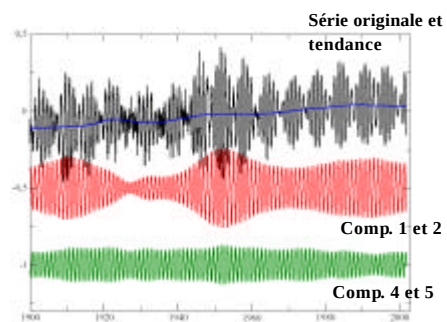
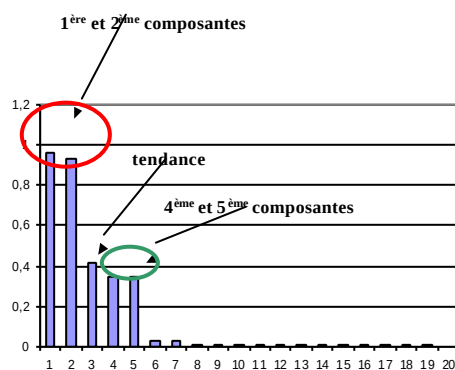
Exemples :

M=10 pts (0.5 an) → 95 % expliqué avec les 2 premières composantes,
mais pas d'interprétation intéressante...



Un exemple facile : la série temporelle de mouvement du pôle

M=140 pts (7 ans) > période de démodulation Chandler/annuel



On a décomposé le signal en une tendance, un terme de 1.2 an et un terme annuel

Les 5 composantes principales utilisées expliquent 93 % du signal observé

Notre application du SSA

Application « itérative »

Le covariance-lag M doit être adapté à la période recherchée dans le signal

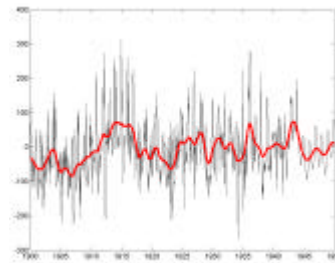
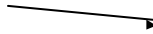
On extrait une seule composante à la fois, en adaptant le M :

- la tendance en premier
- les autres termes ensuite
- on stoppe le processus lorsque les composantes extraites sont trop peu significatives ou que la variance expliquée est suffisante

Application « filtrage »

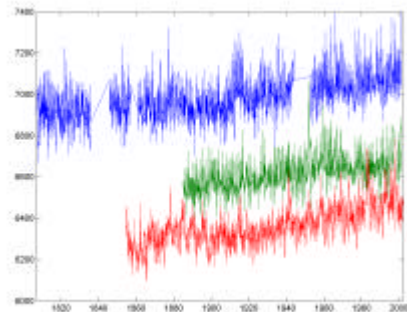
Le SSA appliqué avec un lag M constitue un bon filtre passe-bas (période de coupure M)

La première composante rend le signal filtré

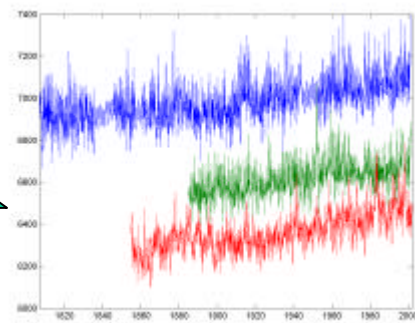


Que peut-on tirer de chacune des séries ?

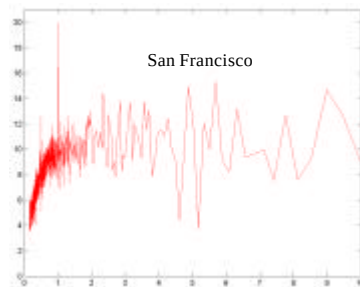
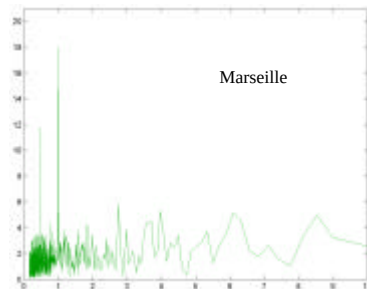
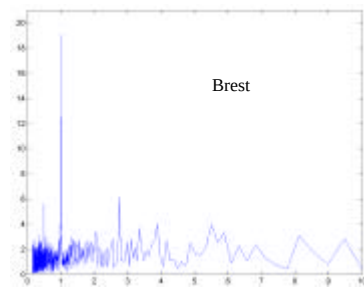
Les séries de hauteur d'eau



Pour combler les trous, méthode
d'interpolation par SSA itératif
(Zhang et al. 1993)



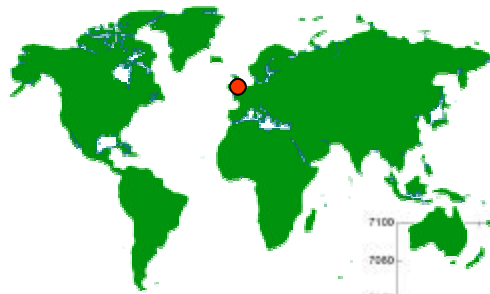
Les séries de hauteur d'eau



Spectres (périodes
entre 0 et 10 ans)

- termes annuel et semi-annuel
- 2.5 ans et d'autres...
- bruit (blanc à HF, rouge à BF)

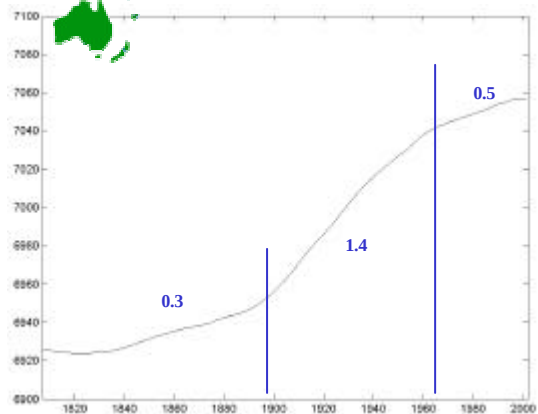
La série de Brest – Tendance



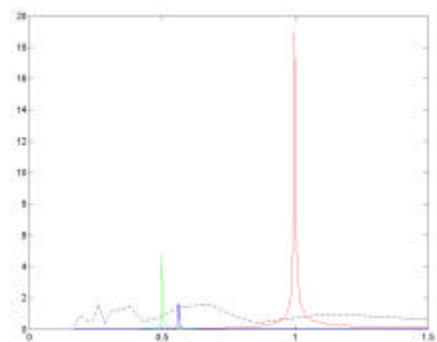
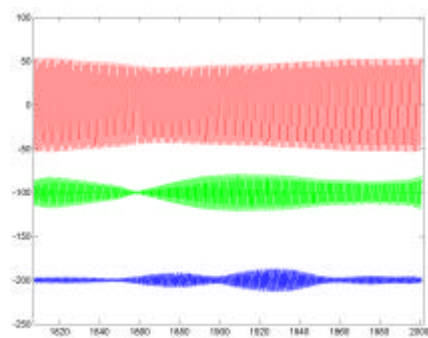
Augmentation du niveau de
la mer à Brest :

0.9 mm/an

sur la période 1807-2000



La série de Brest – Signaux sub-annuels



Annuel

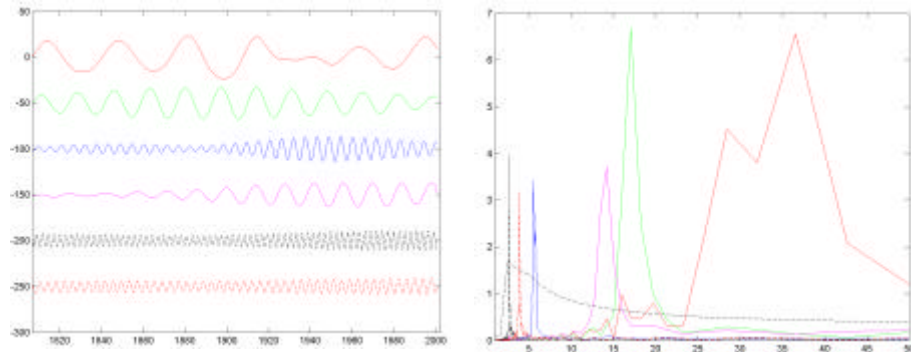
Semi-annuel

Autres composantes sous le niveau de bruit



29.5 %

La série de Brest – Signaux à longues périodes



Entre 30 et 37 ans...

17 ans

5.6 ans

14 ans

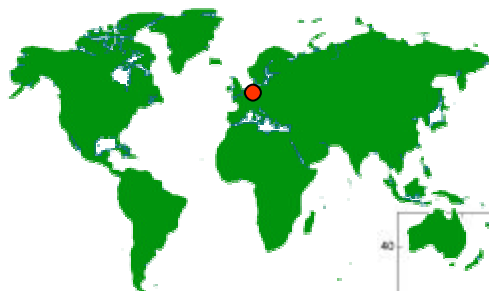
2.7 ans

3.9 ans



89.6 %

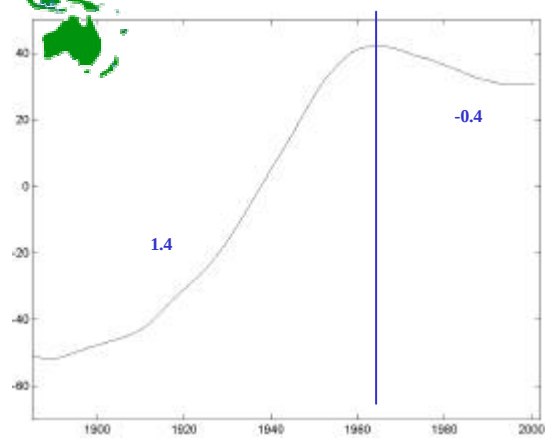
La série de Marseille – Tendance



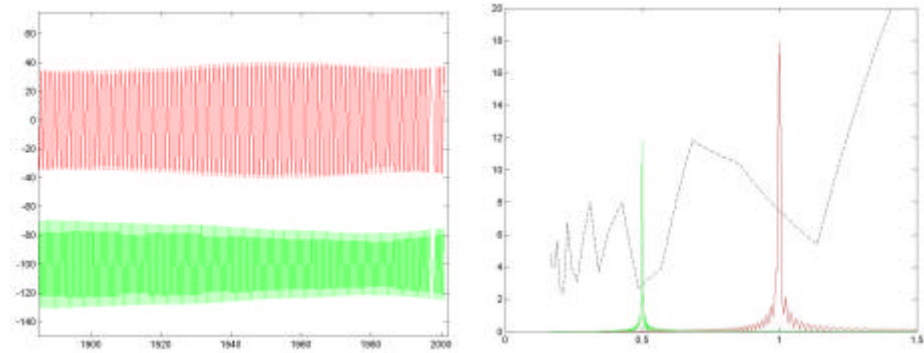
Augmentation du niveau de
la mer à Marseille :

1.0 mm/an

sur la période 1885-2000



La série de Marseille – Signaux sub-annuels



Annuel

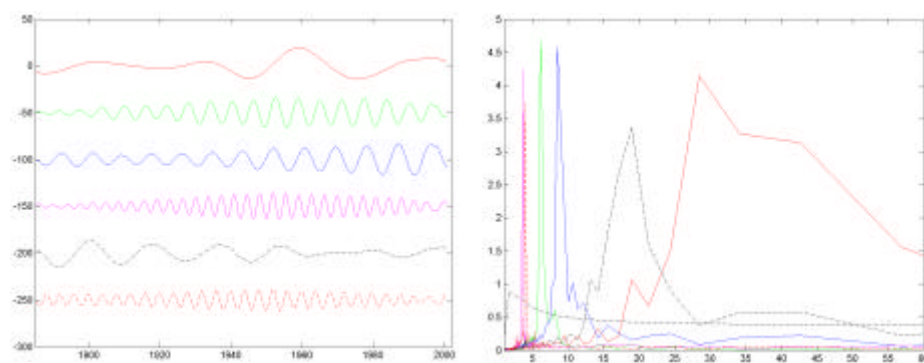
Semi-annuel

Autres composantes sous le niveau de bruit...



29.3 %

La série de Marsiho – Signaux à longues périodes



Entre 30 et 37 ans...

6.3 ans

8.6 ans

3.6 ans

18 ans

4 ans



90.2 %

Multichannel-SSA



Marseille-Brest-San Francisco en mode multicanaux

SSA : trouver une base optimale pour décrire une série temporelle

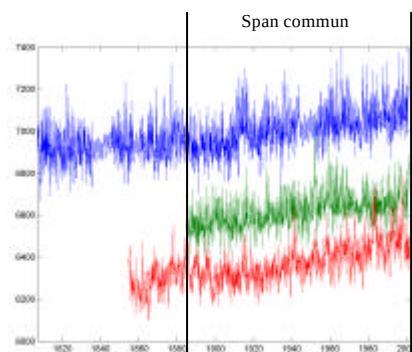
SSA Multicanaux (MSSA) : trouver la base optimale pour plusieurs séries temporelles

→ Extraire les ressemblances

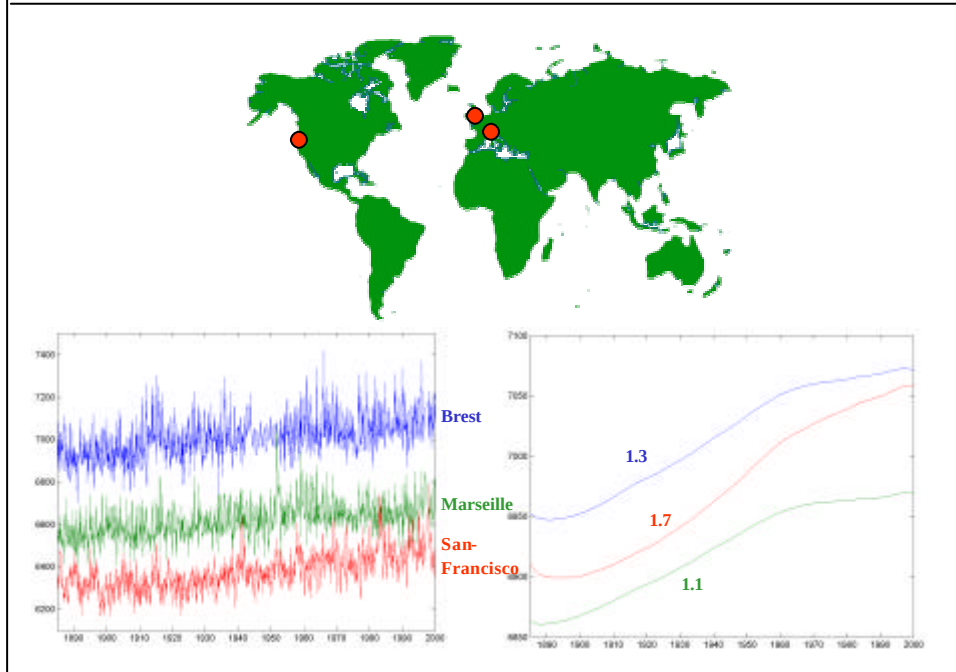
Contrainte

Les séries sont échantillonnées
aux mêmes dates

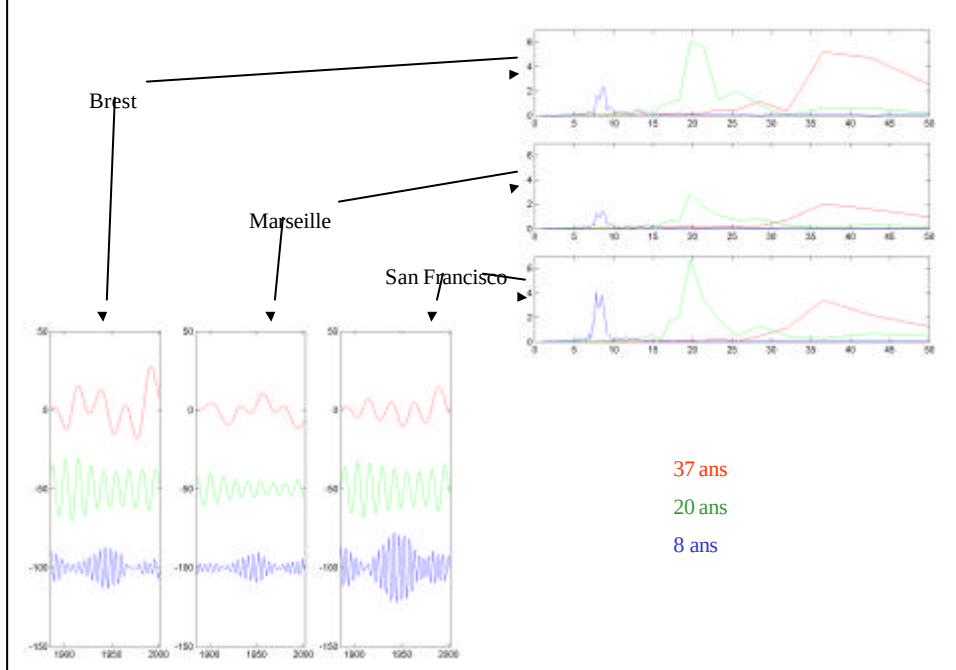
→ tronquer et rééchantillonner



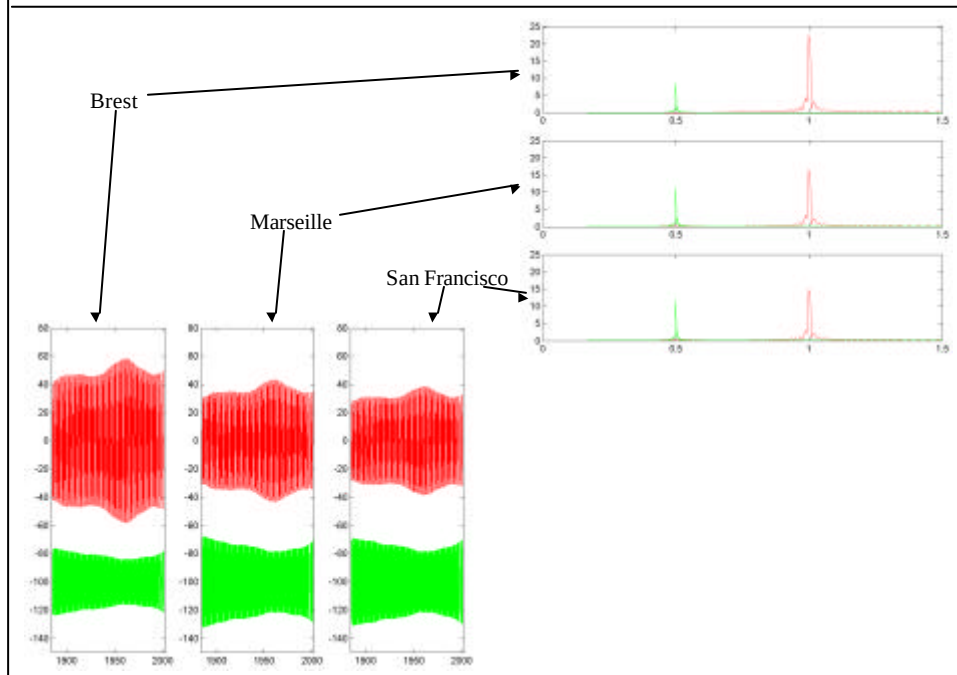
Marseille-Brest-San Francisco – Tendances



Marseille-Brest-San Francisco – Longues périodes



Marseille-Brest-San Francisco – Sub-annuel



Conclusion

La méthode SSA permet :

- de décomposer un signal en composantes principales
- de débruiter (pour un RSB pas trop petit...)
- de reconstruire

Sur les séries de hauteur d'eau :

tendance à la hausse

	Brest	Marseille	SFO
individuel	0.9	1.0	1.2
multicanaux	1.3	1.1	1.7

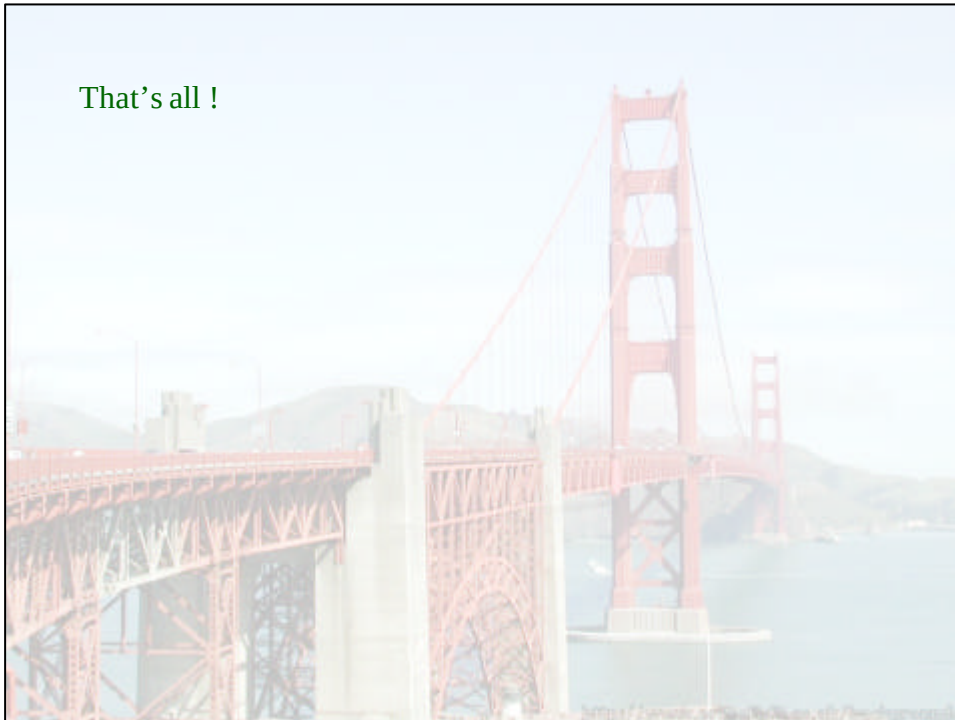
termes périodiques

annuel et semi-annuel

longues périodes

en multicanaux, modulations communes

That's all !



Quelques références...

Avant tout, les routines matlab utilisées pour le MSSA dans cette étude ont été écrites par Eric Breitenberger (Université d'Alaska) et sont en accès libre à l'adresse : <http://pangea.stanford.edu/Oceans/GES290/Breitenberger-SSAMatlab/>

La technique pour combler les données manquantes est due à Mike Chin (JPL) sur une modification du SSA itératif de Zhang et al. (1993, *Adv. Atmos. Sci.*, 10, 243-247).

Concernant la théorie et l'implémentation du SSA, l'homme de la situation, c'est Michael Ghil (Dept. of Atmospheric Sciences, UCLA). Voir sa page web perso : <http://www.atmos.ucla.edu/ghil/>

Nous conseillons l'excellent article disponible dans la section preprint :

Ghil M., R. M. Allen, M. D. Dettinger, K. Ide, D. Kondrashov, M. E. Mann, A. Robertson, A. Saunders, Y. Tian, F. Varadi, and P. Yiou, « Advanced spectral methods for climatic time series, » *Rev. Geophys.*, 40 (1), pp. 3.1-3.41, 10.1029/2000GR000092.

Sébastien Lambert, Sebastien.Lambert@obspm.fr

Olivier de Viron, O.deViron@oma.be

