




Ecole d'été GDR G2 2003

Construction du C/A code et  
obtention des coordonnées  
d'un récepteur à partir des  
données de C/A code



Serge Botton




Construction mathématique du C/A code

- ❑ Chaque satellite a un C/A code différent
- ❑ La construction du C/A code repose sur les codes « Gold »
- ❑ Possibilité d'avoir 36 codes différents

27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON


2



## Construction mathématique du C/A code

- ❑ Chaque code est défini à partir de 2 séquences une commune et une spécifique
- ❑ Chaque séquence est définie par un vecteur de 10 colonnes et une addition modulo 2 de certaines colonnes


27/08/2003
ENSG / CPRAG / Serge BOTTON
3



## Séquence commune

- ❑ Vecteur initiale  $VCA_0 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$   
Serge !!
- ❑ Au rang i on a :  $VCA_i = [VCA_{i-1}(3) \oplus VCA_{i-1}(10) \ VCA_{i-1}(1) \ \dots \ VCA_{i-1}(9)]$
- ❑  $\oplus$  est la somme modulo 2

27/08/2003
ENSG / CPRAG / Serge BOTTON
4



## Séquence spécifique

Vecteur initiale :  $VCB_0 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$

Encore !!

Vecteur au ième rang :

$$VCB_i = [VCB_{i-1}(2) \oplus VCB_{i-1}(3) \oplus VCB_{i-1}(6) \oplus VCB_{i-1}(8) \oplus VCB_{i-1}(9) \oplus VCB_{i-1}(10) \oplus VCB_{i-1}(1) \dots VCB_{i-1}(9)]$$

27/08/2003
 ENSG / CPRAG / Serge BOTTON
 5



## C/A code définitif

$$CAF = [VCA_{1023}(10) \oplus (VCB_0(X1) \oplus VCB_0(X2)) \ VCA_1(10) \oplus (VCB_1(X1) \oplus VCB_1(X2)) \dots VCA_{1023}(10) \oplus (VCB_{1023}(X1) \oplus VCB_{1023}(X2))]$$

X1 et X2 sont donnés dans le tableau suivant

Sat. id	X1 ⊕ X2	Sat id	X1 ⊕ X2	Sat id	X1 ⊕ X2	Sat id	X1 ⊕ X2	Sat id	A ⊕ B
1	26 6	9	10	17	1 4	25	5 7	33	5 10
2	7 7	10	3	18	2 5	26	6 8	34	4 10
3	8 8	11	4	19	3 6	27	7 9	35	1 7
4	9 9	12	6	20	4 7	28	8 10	36	2 8
5	10 9	13	7	21	5 8	29	1 6	37	4 10
6	10 10	14	8	22	6 9	30	2 7		
7	8 8	15	9	23	1 3	31	3 8		
8	9 9	16	10	24	4 6	32	4 9		

C/A code sat 20
 27/08/2003
 ENSG / CPRAG / Serge BOTTON
 6

**Principe du récepteur : la corrélation**

- La corrélation :
- Ambiguïté de 299.79 km (1ms x vitesse de la lumière) facilement résolvable

C'est dans le dico, ça ?

corrélation C/A code

Décodage du message de navigation

27/08/2003 ENSG / CPRAG / Serge BOTTON 7

**Equation d'observation**


Coordonnées rec. estimées      Modèle iono et tropo

$$\sqrt{(x_s - \hat{x}_r)^2 + (y_s - \hat{y}_r)^2 + (z_s - \hat{z}_r)^2} = c \cdot \Delta t_{obs} - c \Delta t_r + c \Delta t_r + \hat{r}_{atm}$$

mesure      Corr. Horloge rec. estimée

Coordonnées sat. issues du Message de navigation      Corr. horloge sat. issue du Message de navigation

27/08/2003 ENSG / CPRAG / Serge BOTTON 8




IGN  
Institut National  
de l'Information  
Géographique  
et Cadastre

## Calcul des coordonnées sat.

- ❑ Données par le message de navigation sous la forme d'éléments képlériens dans un repère quasi inertiel.
- ❑ Algorithme de passage dans le repère terrestre fixe donné dans ICD GPS 200
- ❑ Le format RINEX respecte les unités données par ICD GPS 200 pour l'ensemble du message de navigation


27/08/2003
ENSG / CPRAG / Serge BOTTON
9



IGN  
Institut National  
de l'Information  
Géographique  
et Cadastre


## Éléments képlériens

Woohh !!!



Symbol	Definition
$M_0$	Mean Anomaly at Reference Time
$\Delta n$	Mean Motion Difference From Computed Value
$e$	Eccentricity
$(A)^{1/2}$	Square Root of the Semi-Major Axis
$(\Omega)_{\text{REF}}$	Longitude of Ascending Node of Orbit Plane at Weekly Epoch
$i_0$	Inclination Angle at Reference Time
$\omega$	Argument of Perigee
OMEGADOT	Rate of Right Ascension
IDOT	Rate of Inclination Angle
$C_{\omega}$	Amplitude of the Cosine Harmonic Correction Term to the Argument of Latitude
$C_{\sin}$	Amplitude of the Sine Harmonic Correction Term to the Argument of Latitude
$C_{\cos}$	Amplitude of the Cosine Harmonic Correction Term to the Orbit Radius
$C_{\sin}$	Amplitude of the Sine Harmonic Correction Term to the Orbit Radius
$C_{\cos}$	Amplitude of the Cosine Harmonic Correction Term to the Angle of Inclination
$C_{\sin}$	Amplitude of the Sine Harmonic Correction Term to the Angle of Inclination
$t_{\text{REF}}$	Reference Time Ephemeris (reference paragraph 20.3.4.5)
IOD0	Issue of Data (Ephemeris)

27/08/2003
ENSG / CPRAG / Serge BOTTON
10




IGN  
Institut National  
de l'Information  
Géographique  
et Statistique

## Algorithme de passage (1/3)

$\mu = 3.986005 \times 10^{14} \text{ meters}^3/\text{sec}^2$ $\Omega_e = 7.2921151467 \times 10^{-5} \text{ rad/sec}$ $A = \left( \sqrt{A} \right)^2$ $n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{A^3}}$ $t_0 = t - t_{\text{ref}}$ $n = n_0 + \Delta n$ $M_0 = M_0 + m_0$	<p>WGS 84 value of the earth's universal gravitational parameter for GPS user</p> <p>WGS 84 value of the earth's rotation rate</p> <p>Semi-major axis</p> <p>Computed mean motion (rad/sec)</p> <p>Time from ephemeris reference epoch</p> <p>Corrected mean motion</p> <p>Mean anomaly</p>
---	---

\*  $t$  is GPS system time at time of transmission, i.e., GPS time corrected for transit time (one-way of light). Furthermore,  $t_0$  shall be the actual total time difference between the time  $t$  and the epoch time  $t_{\text{ref}}$ , and must account for beginning or end of week crossovers. That is, if  $t_0$  is greater than 382,400 seconds, subtract 604,800 seconds from  $t_0$ . If  $t_0$  is less than -382,400 seconds, add 604,800 seconds to  $t_0$ .

27/08/2003
ENSG / CPRAG / Serge BOTTIN
11




IGN  
Institut National  
de l'Information  
Géographique  
et Statistique

## Algorithme de passage (2/3)

$M_0 = E_0 + e \sin E_0$ $V_0 = \tan^{-1} \left( \frac{\sin V_0}{\cos V_0} \right)$ $= \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E_0 / (1 - e \cos E_0)}{(\cos E_0 - e) / (1 - e \cos E_0)} \right)$ $E_0 = \cos^{-1} \left( \frac{e + \cos V_0}{1 + e \cos V_0} \right)$ $\Phi_0 = \phi_0 + \omega$ $\delta \phi_0 = c_{\phi 0} \sin 2\Phi_0 + c_{\phi 2} \cos 2\Phi_0$ $\delta r_0 = c_{r 0} \sin 2\Phi_0 + c_{r 2} \cos 2\Phi_0$ $\delta i_0 = c_{i 0} \sin 2\Phi_0 + c_{i 2} \cos 2\Phi_0$ $u_0 = \Phi_0 + \delta \phi_0$ $r_0 = A(1 - e \cos E_0) + \delta r_0$ $i_0 = i_0 + \delta i_0 + (\text{DOT}) i_0$	<p>Kaplan's Equation for Eccentric Anomaly (may be solved by iteration) (radians)</p> <p>True Anomaly</p> <p>Eccentric Anomaly</p> <p>Argument of Latitude</p> <p>Argument of Latitude Correction Radius Correction Inclination Correction</p> <p>Second Harmonic Perturbations</p> <p>Corrected Argument of Latitude</p> <p>Corrected Radius</p> <p>Corrected Inclination</p>
---	--

27/08/2003
ENSG / CPRAG / Serge BOTTIN
12




IGN  
Institut National  
de l'Information  
Géographique  
et Statistique

## Algorithme de passage (3/3)

$\left. \begin{aligned} x_0' &= r_0 \cos \Omega_0 \\ y_0' &= r_0 \sin \Omega_0 \end{aligned} \right\}$	Positions in orbital plane.
$\Omega_0 = \Omega_0 + (\dot{\Omega}_0 - \dot{\Omega}_0) t_0 - \dot{\Omega}_0 t_0$	Corrected longitude of ascending node.
$\left. \begin{aligned} x_0 &= x_0' \cos \Omega_0 - y_0' \sin \Omega_0 \\ y_0 &= x_0' \sin \Omega_0 + y_0' \cos \Omega_0 \\ z_0 &= y_0' \sin i_0 \end{aligned} \right\}$	Earth-fixed coordinates.

27/08/2003
ENSG / CPRAG / Serge BOTTON
13



IGN  
Institut National  
de l'Information  
Géographique  
et Statistique

## Calcul de la correction d'horloge sat.

$$\Delta t_e = a_0 + a_1 (t_e - t_0) + a_2 (t_e - t_0)^2 + \Delta t_{rel}$$

$a_0, a_1, a_2, t_0$

Coeff. du polynôme et temps de réf. de la correction

$\Delta t_{rel} = F.e.\sqrt{a}.\sin(E)$

Correction relativiste avec :
 

- F : constante égale à  $-4,4428 \cdot 10^{-10} \text{ m}^{1/2} \cdot \text{s}$
- e : excentricité de l'orbite du satellite
- A : demi-grand axe de l'orbite du satellite
- E : anomalie excentrique

**Attention la correction relativiste peut atteindre 0.0007 sec.**

27/08/2003
ENSG / CPRAG / Serge BOTTON
14






## Correction due à la rotation de la Terre

- ❑ La position du satellite dans le repère terrestre est calculée à l'instant d'émission. Durant le trajet satellite – récepteur la terre tourne, il faut donc corriger les coordonnées du satellite de cette rotation autour de l'axe Z d'une valeur :  $\frac{\Omega_e \times d_{rec}^{sat}}{c}$
- ❑ La valeur maximale à l'équateur est de 40 m en longitude

27/08/2003
ENSG / CPRAG / Serge BOTTON
15




## L'ionosphère

- Le modèle radiodiffusé est celui de Klobuchar (décrit dans ICD GPS 200)
- Calcul du temps ionosphérique au zénith :
  - Représentation sinusoïdale du retard
  - DC = retard de base égale à  $5 \times 10^{-9}$
- A et P calculés à partir du message de navigation et de la latitude du récepteur

$$\begin{cases} T_{zen} = \left( DC + A \cdot \cos\left(\frac{2\pi(t-t_0)}{P}\right) \right) \text{ pour } \frac{2\pi(t-t_0)}{P} < \frac{\pi}{2} \\ T_{zen} = DC \text{ pour } \frac{2\pi(t-t_0)}{P} \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

27/08/2003
ENSG / CPRAG / Serge BOTTON
16




  
 INSTITUT
   
 GÉOMÉTRIQUE
   
 NATIONAL
   
 ENSG
   
 Ecole Nationale
   
 des Sciences
   
 Géographiques

## L'ionosphère

- Projection suivant la direction de l'onde (Fonction F) :

$$\Delta T_{iono} = F * \Delta T_{220}$$

$$F = 1.0 + 16.0(0.53 - E)^2$$

E est l'élévation du satellite

27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

17


  
 INSTITUT
   
 GÉOMÉTRIQUE
   
 NATIONAL
   
 ENSG
   
 Ecole Nationale
   
 des Sciences
   
 Géographiques

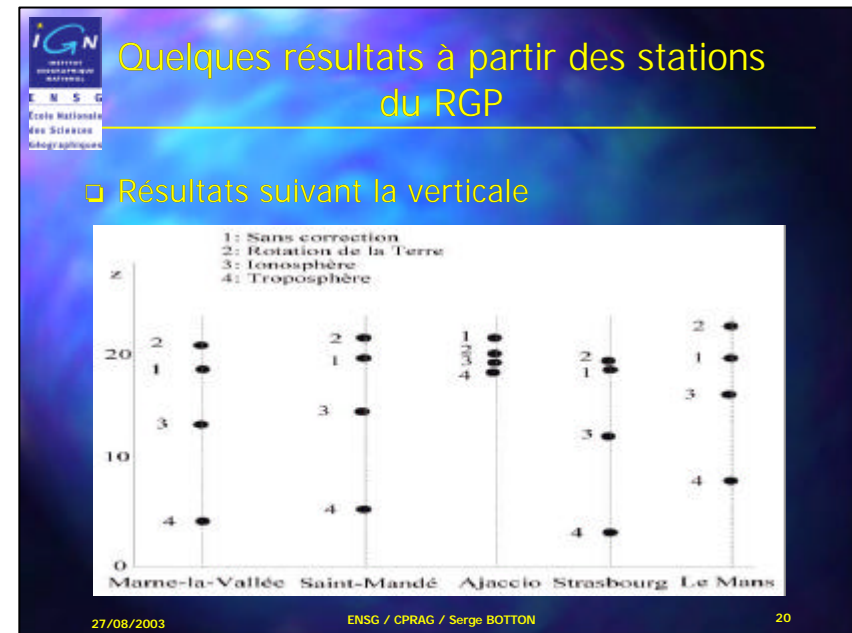
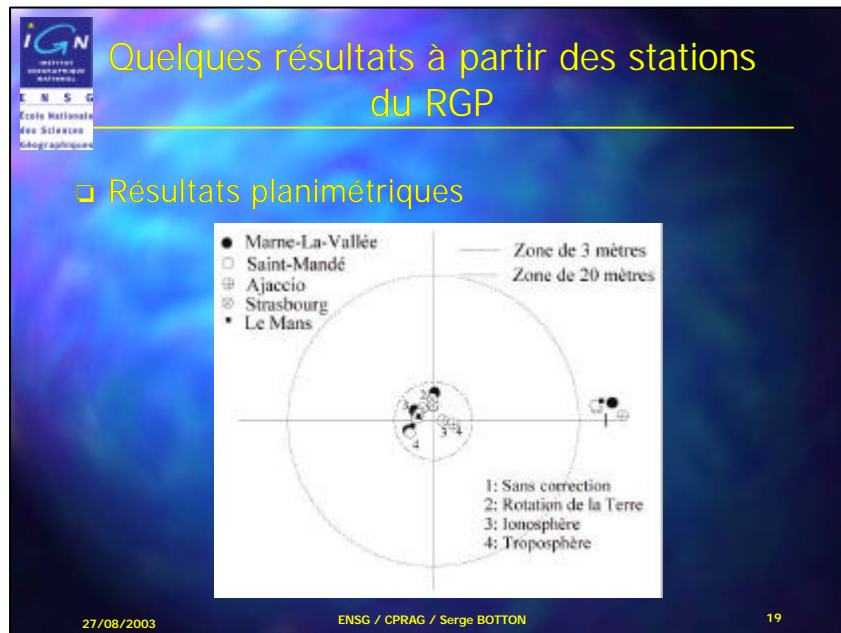
## La troposphère

- Pas de modèle radiodiffusé
- Utilisation d'un délai zénithal moyen et d'une fonction de projection

27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

18





INSTITUT  
NATIONAL  
DE L'INFORMATION  
GÉOGRAPHIQUE  
ET NÉMATIQUE

## Bibliographie

- ❑ ICD GPS 200, à télécharger :  
<http://www.navcen.uscg.gov/gps/geninfo/default.htm>
- ❑ Calcul d'une position d'un récepteur à partir  
du signal reçu Bertrand Boutteau et Sebastien  
Leprettre, Modex 2003 école polytechnique
- ❑ Présentation du système GPS, Serge Botton,  
ENSG



27/08/2003      ENSG / CPRAG / Serge BOTTON      21