



Ecole d'été GDR G2 2003

Construction du C/A code et
obtention des coordonnées
d'un récepteur à partir des
données de C/A code

Serge Botton



Construction mathématique du C/A code

- Chaque satellite a un C/A code différent
- La construction du C/A code repose sur les codes « Gold »
- Possibilité d'avoir 36 codes différents

27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

2

Construction mathématique du C/A code

- ❑ Chaque code est défini à partir de 2 séquences une commune et une spécifique
- ❑ Chaque séquence est définie par un vecteur de 10 colonnes et une addition modulo 2 de certaines colonnes

27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

3

Séquence commune

- ❑ Vecteur initiale // $VCA_0 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$
Serge !!
- ❑ Au rang i on a : $VCA_i = [VCA_{i-1}(3) \oplus VCA_{i-1}(10) \ VCA_{i-1}(1) \dots VCA_{i-1}(9)]$
- ❑ \oplus est la somme modulo 2

27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

4

Séquence spécifique

- Vecteur initiale $\Rightarrow VCB_0 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$

Encore !!

- Vecteur au ième rang :

$$VCB_i = [VCB_{i-1}(2) \oplus VCB_{i-1}(3) \oplus VCB_{i-1}(6) \oplus VCB_{i-1}(8) \oplus VCB_{i-1}(9) \oplus VCB_{i-1}(10) \dots VCB_{i-1}(1) \dots VCB_{i-1}(9)]$$

C/A code définitif

$$CAF = [VCA_0(10) \oplus (VCB_0(X1) \oplus VCB_0(X2)) \quad VCA_1(10) \oplus (VCB_1(X1) \oplus VCB_1(X2)) \quad \dots \quad VCA_{1023}(10) \oplus (VCB_{1023}(X1) \oplus VCB_{1023}(X2))]$$

- X1 et X2 sont donnés dans le tableau suivant

Sat. id	X1 \oplus X2	Sat id	A \oplus B								
1	2 \oplus 6	9	3 \oplus 10	17	1 \oplus 1	4	25	5	7	33	5 10
2	3 \oplus 7	10	2 \oplus 3	18	2 \oplus 2	5	26	6	8	34	4 10
3	4 \oplus 8	11	3 \oplus 4	19	3 \oplus 3	6	27	7	9	35	1 7
4	5 \oplus 9	12	4 \oplus 6	20	4 \oplus 4	7	28	8	10	36	2 8
5	1 \oplus 9	13	5 \oplus 7	21	5 \oplus 5	8	29	1	6	37	4 10
6	2 \oplus 10	14	6 \oplus 8	22	6 \oplus 6	9	30	2	7		
7	3 \oplus 8	15	7 \oplus 9	23	7 \oplus 1	3	31	3	8		
8	2 \oplus 9	16	8 \oplus 10	24	8 \oplus 4	6	32	4	9		

C/A code sat 20

Principe du récepteur : la corrélation

- La corrélation :
- Ambiguité de 299.79 km (1ms x vitesse de la lumière) facilement résolvable

C'est dans le dico, ça ?

corrélation C/A code

Décodage du message de navigation

Equation d'observation

$$\sqrt{(x_s - x_r)^2 + (y_s - y_r)^2 + (z_s - z_r)^2} = c\Delta t_{obs} - cdt_e + cdt_r + \mathbf{r}_{atm}$$

Diagram illustrating the components of the observation equation:

- Coordonnées rec. estimées (Estimated receiver coordinates)
- Modèle iono et tropo (Ionospheric and tropospheric model)
- Corr. Horloge rec. estimée (Estimated receiver clock correction)
- Corr. horloge sat. issue du Message de navigation (Clock correction from the navigation message issued by the satellite)
- mesure (Measurement)
- Coordonnées sat. issues du Message de navigation (Coordinates issued from the navigation message)

Calcul des coordonnées sat.

- ❑ Données par le message de navigation sous la forme d'éléments képlériens dans un repère quasi inertiel.
- ❑ Algorithme de passage dans le repère terrestre fixe donné dans ICD GPS 200
- ❑ Le format RINEX respecte les unités données par IGD GPS 200 pour l'ensemble du message de navigation

27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

9

Éléments képlériens

Table 20-III Ephemeris Data Definitions	
SL	Mean Anomaly at Reference Time
ΔM	Mean Motion Difference From Computed Value
e	Eccentricity
(A ₃) ^{1/2}	Square Root of the Semi-Major Axis
ΩMEGAK	Longitude of Ascending Node of Orbit Plane at Weekly Epoch
ia	Inclination Angle at Reference Time
ω	Argument of Perigee
OMEGADOT	Rate of Right Ascension
IDOT	Rate of Inclination Angle
C _m	Amplitude of the Cosine Harmonic Correction Term to the Argument of Latitude
C _w	Amplitude of the Sine Harmonic Correction Term to the Argument of Latitude
C _d	Amplitude of the Cosine Harmonic Correction Term to the Orbit Radius
C _o	Amplitude of the Sine Harmonic Correction Term to the Orbit Radius
C _i	Amplitude of the Cosine Harmonic Correction Term to the Angle of Inclination
C _s	Amplitude of the Sine Harmonic Correction Term to the Angle of Inclination
I _{ref}	Reference Time Ephemeris (reference paragraph 20.3.4.5)
SODE	Issue of Data (Ephemeris)

27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

10

Algorithme de passage (1/3)

Table 20-IV. Elements of Coordinate Systems (sheet 1 of 3)	
$\mu = 3.98600 \times 10^{14} \text{ meters}^3/\text{sec}^2$	WGS-84 value of the earth's universal gravitational parameter for GPS users
$\Omega_e = 7.2921151467 \times 10^{-5} \text{ rad/sec}$	WGS-84 value of the earth's rotation rate
$A = (\sqrt{\lambda})^2$	Semi-major axis
$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{A^3}}$	Computed mean motion (rad/sec)
$t_0 = t - t_{\text{epoch}}$	Time from ephemeris reference epoch
$\pi = n_0 + \dot{n}_0 t$	Computed mean motion
$M_0 = M_0 + m_0$	Mean anomaly
<p>* t is GPS system time at time of transmission, i.e., GPS time corrected for transit time (range/speed of light). Furthermore, t_0 shall be the actual total time difference between the time t and the epoch time t_{epoch}, and must account for beginning or end of week crossover. That is, if t_0 is greater than 362,880 seconds, subtract 604,800 seconds from t_0. If t_0 is less than -362,880 seconds, add 604,800 seconds to t_0.</p>	

27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

11

Algorithme de passage (2/3)

Table 20-IV. Elements of Coordinate Systems (sheet 2 of 3)	
$M_0 = E_0 - e \sin E_0$	Keppler's Equation for Eccentric Anomaly (may be solved by iteration/iteration)
$v_0 = \tan^{-1} \left[\frac{\sin E_0}{\cos E_0} \right]$	True Anomaly
$= \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1-e^2} \sin E_0 / (1-e \cos E_0)}{(e \sin E_0 - e) / (1-e \cos E_0)} \right)$	
$E_0 = \cos^{-1} \left(\frac{x + e \cos v_0}{1 + e \cos v_0} \right)$	Eccentric Anomaly
$\Phi_0 = v_0 + \omega$	Argument of Latitude
$\delta a_1 = c_0 \sin 2\Phi_0 + c_1 \cos 2\Phi_0$	Argument of Latitude Correction
$\delta r_1 = c_0 \sin 2\Phi_0 + c_1 \cos 2\Phi_0$	Radius Correction
$\delta i_1 = c_0 \sin 2\Phi_0 + c_1 \cos 2\Phi_0$	Inclination Correction
$a_1 = \Phi_0 + \delta \Phi_0$	{ Second Harmonic Perturbations }
$r_1 = A(1 - e \cos E_0) + \delta r_1$	Compound Radius
$i_1 = i_0 + \delta i_0 + (\text{EDOT}) t_0$	Corrected Inclination

27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

12

Algorithme de passage (3/3)

Table 20-IV. Elements of Coordinate Systems (sheet 3 of 3)

$$\begin{aligned} x'_e &= r_e \cos \Omega_e \\ y'_e &= r_e \sin \Omega_e \end{aligned} \quad \left. \right\}$$

$$\Omega_h = \Omega_e + (\dot{\Omega}_e - \dot{\Omega}_r) t_e - \frac{1}{2} \dot{\Omega}_r t_e^2$$

$$\begin{aligned} x_h &= x'_e \cos \Omega_h - y'_e \cos i_h \sin \Omega_h \\ y_h &= x'_e \sin \Omega_h + y'_e \cos i_h \cos \Omega_h \\ z_h &= y'_e \sin i_h \end{aligned} \quad \left. \right\}$$

Positions in orbital plane.

Corrected longitude of ascending node.

Earth-fixed coordinates.

27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

13

Calcul de la correction d'horloge sat.

$$dt_e = a_0 + a_1 (t_e - t_0) + a_2 (t_e - t_0)^2 + \Delta t_{rel}$$

a_0, a_1, a_2, t_0 Coeff. du polynôme et temps de réf. de la correction

$$\Delta t_{rel} = F \cdot e \cdot \sqrt{a} \cdot \sin(E)$$

Correction relativiste avec :

- F : constante égale à $-4,4428 \cdot 10^{-10} \text{ m}^{1/2} \cdot \text{s}$
- e : excentricité de l'orbite du satellite
- A : demi-grand axe de l'orbite du satellite
- E : anomalie excentrique

Attention la correction relativiste peut atteindre 0.0007 sec.

27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

14

Correction due à la rotation de la Terre

- La position du satellite dans le repère terrestre est calculée à l'instant d'émission. Durant le trajet satellite – récepteur la terre tourne, il faut donc corriger les coordonnées du satellite de cette rotation autour de l'axe Z d'une valeur :
$$\frac{\Omega_e \times d_{rec}^{sat}}{c}$$
- La valeur maximale à l'équateur est de 40 m en longitude

27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

15

L'ionosphère

- Le modèle radiodiffusé est celui de Klobuchar (décrit dans ICD GPS 200)
- Calcul du temps ionosphérique au zénith :
 - Représentation sinusoïdale du retard
 - DC = retard de base égale à 5×10^{-9}
- A et P calculés à partir du message de navigation et de la latitude du récepteur

$$\begin{cases} T_{zen} = \left(DC + A \cdot \cos\left(\frac{2\pi(t-t_0)}{P}\right) \right) \text{ pour } \frac{2\pi(t-t_0)}{P} < \frac{\pi}{2} \\ T_{zen} = DC \text{ pour } \frac{2\pi(t-t_0)}{P} \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

16

L'ionosphère

- Projection suivant la direction de l'onde (Fonction F) :

$$\Delta T_{\text{iono}} = F * \Delta T_{\text{zen}}$$

$$F = 1.0 + 16.0(0.53 - E)^3$$

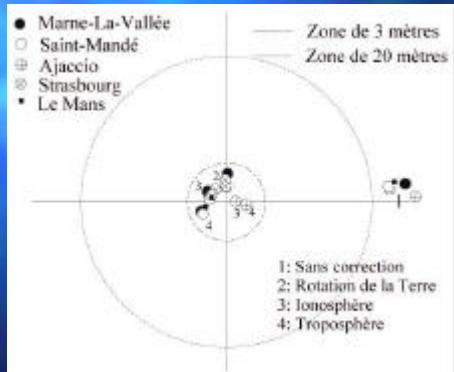
E est l'élévation du satellite

La troposphère

- Pas de modèle radiodiffusé
- Utilisation d'un délai zénithal moyen et d'une fonction de projection

Quelques résultats à partir des stations du RGP

□ Résultats planimétriques



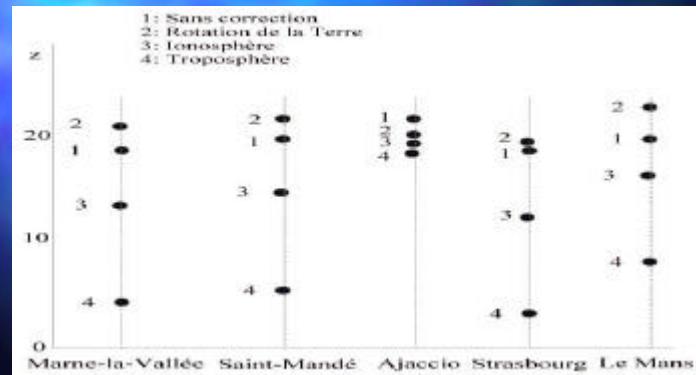
27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

19

Quelques résultats à partir des stations du RGP

□ Résultats suivant la verticale



27/08/2003

ENSG / CPRAG / Serge BOTTON

20

Bibliographie

- ICD GPS 200, à télécharger :
<http://www.navcen.uscg.gov/gps/geninfo/default.htm>
- Calcul d'une position d'un récepteur à partir du signal reçu Bertrand Boutteau et Sébastien Leprettre, Modex 2003 école polytechnique
- Présentation du système GPS, Serge Botton, ENSG

