

Ecole d'été GDR G2 2003 : *Outils de la Géodésie pour les Sciences de la Terre,*  
*Forcalquier, Alpes de Haute Provence, 25-29 août 2003*

# **Echelles de temps et d'espace : apport des techniques spatiales de la géodésie**

**Pierre Exertier**  
OCA/CERGA, Av. N. Copernic F-06130 GRASSE  
*Pierre.Exertier@obs-azur.fr*

**version 1.0, août 2003**



# Table des matières

|                                                            |           |
|------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Résumé</b>                                              | <b>7</b>  |
| <b>Glossaire</b>                                           | <b>9</b>  |
| <b>1 Rappels : les techniques spatiales de la Géodésie</b> | <b>11</b> |
| 1.1 VLBI . . . . .                                         | 11        |
| 1.2 Doppler DORIS . . . . .                                | 12        |
| 1.3 Systèmes de navigation (GNSS) . . . . .                | 14        |
| 1.4 Télémétrie laser . . . . .                             | 15        |
| 1.5 Techniques bord . . . . .                              | 18        |
| 1.5.1 Altimétrie . . . . .                                 | 18        |
| 1.5.2 Accélérométrie . . . . .                             | 19        |
| <b>2 Dynamique orbitale</b>                                | <b>21</b> |
| 2.1 Principes . . . . .                                    | 21        |
| 2.2 Equations de base . . . . .                            | 22        |
| 2.3 Restitution (ajustement) d'orbite . . . . .            | 24        |
| 2.4 Précisions d'orbites . . . . .                         | 25        |
| <b>3 Repères, et réseaux</b>                               | <b>27</b> |
| 3.1 Rappels . . . . .                                      | 27        |
| 3.2 Repère de référence terrestre . . . . .                | 27        |

|          |                                                        |           |
|----------|--------------------------------------------------------|-----------|
| 3.2.1    | Définition, détermination . . . . .                    | 28        |
| 3.2.2    | Echelles des phénomènes . . . . .                      | 30        |
| 3.3      | Rotation de la Terre . . . . .                         | 32        |
| 3.3.1    | Notion de base . . . . .                               | 34        |
| 3.3.2    | Mouvement du pôle . . . . .                            | 34        |
| 3.4      | Réseaux (locaux, régionaux) et campagnes . . . . .     | 35        |
| 3.4.1    | Réseaux régionaux . . . . .                            | 35        |
| 3.4.2    | Campagnes . . . . .                                    | 36        |
| <b>4</b> | <b>Champ de gravité</b>                                | <b>39</b> |
| 4.1      | Théorie du potentiel, rappels . . . . .                | 39        |
| 4.1.1    | Loi de la gravitation universelle . . . . .            | 39        |
| 4.1.2    | Potentiel créé par une répartition de masse . . . . .  | 40        |
| 4.1.3    | Potentiel intérieur . . . . .                          | 41        |
| 4.1.4    | Résolution . . . . .                                   | 42        |
| 4.2      | Grandes longueurs d'ondes : les bas degrés . . . . .   | 43        |
| 4.2.1    | Degré zéro : le facteur $GM = \mu$ . . . . .           | 43        |
| 4.2.2    | Degré un : l'origine . . . . .                         | 43        |
| 4.2.3    | Degré deux : l'aplatissement dynamique $J_2$ . . . . . | 44        |
| 4.2.4    | Grandeur utiles . . . . .                              | 45        |
| 4.3      | Variations temporelles (géodynamique) . . . . .        | 46        |
| 4.3.1    | Géocentre . . . . .                                    | 46        |
| 4.3.2    | Rebond post-glaciaire . . . . .                        | 47        |
| 4.3.3    | Autres phénomènes de degré 2 . . . . .                 | 48        |
| 4.4      | Déterminations globales récentes . . . . .             | 49        |
| 4.5      | Courtes longueurs d'ondes : les hauts degrés . . . . . | 53        |
| 4.5.1    | Apport de l'altimétrie . . . . .                       | 53        |

|                                                        |    |
|--------------------------------------------------------|----|
| 4.5.2 Apport des missions CHAMP, GRACE, GOCE . . . . . | 54 |
| 4.6 Anomalies de gravité . . . . .                     | 54 |



# Résumé

La géodésie est la science qui mesure la forme (globale) de la Terre et ses dimensions, y compris son champ de pesanteur et son évolution temporelle. La détermination de la forme de la Terre est, *a priori*, un problème géométrique. Le résultat d'un tel travail devrait être un catalogue de coordonnées cartésiennes d'un certain nombre de points fondamentaux rapportés à un système unique d'axes de référence.

Contrairement aux apparences, il ne s'agit pas d'un problème purement géométrique ; il est fondé sur le phénomène de la pesanteur. *”Toute la question de la forme de la Terre est fondée sur la loi selon laquelle la source de pesanteur agit”*, écrit déjà Clairaut en 1746.

Grâce au développement des techniques spatiales, la géodésie apporte quantité d'informations sur la forme de la Terre (sens large) et son orientation, aux échelles globales comme aux échelles régionales.

L'étude des déformations de chaînes de montagne par GPS, des courants marins cartographiés par altimétrie satellitaire, du champ de gravité global déterminé par analyse de trajectoires de satellites (poursuivis par télémétrie laser, le système Doppler DORIS, ou encore GPS), de la rotation de la Terre et du mouvement du pôle par le VLBI, sont les exemples frappants de l'apport de ces techniques à différentes échelles spatiales et temporelles.

En outre aujourd'hui, de part l'existence de données d'observations, *in situ* et spatiales, en continue, c'est-à-dire sur une à plusieurs décennies suivant les techniques, la géodésie a permis de constituer des séries temporelles longues afin de suivre l'évolution lente de nombreux phénomènes à caractère géophysique et/ou océanographique.

L'interprétation de leurs variations temporelles a permis de mieux cerner et dimensionner notamment : le rebond post-glaciaire, la tectonique, les effets de charge continentale, les variations du niveau moyen des mers, les marées, le mouvement du géocentre, la rotation de la Terre, etc.



# Glossaire

Aux difficultés de communication habituels, s'ajoutent les classiques abréviations. Ce document comporte les sigles et acronymes suivants :

---

|        |                                                                           |
|--------|---------------------------------------------------------------------------|
| AGRET  | Astrométrie, Géodynamique et systèmes de Référence, GdR du CNRS 1999-2002 |
| CERGA  | Centre d'Etudes et de Recherches en Géodynamique et Astronomie            |
| CHAMP  | CHAllenging Mini-satellite Payload                                        |
| CNES   | Centre National d'Etudes Spatiales                                        |
| DORIS  | Doppler Orbitographie et Radio-positionnement Intégrés par Satellite      |
| ECMWF  | European Center for Medium range Weather Forecasts                        |
| ERS    | Earth Remote sensing Satellite                                            |
| EOP    | UT1-UTC et mouvement du pôle (coordonnées $x, y$ )                        |
| FTLRS  | French Transportable Laser Ranging Station                                |
| GdR    | Groupe de Recherche du CNRS                                               |
| GFO    | Geosat-Follow-On                                                          |
| GINS   | Géodésie par Intégrations Numériques Simultanées                          |
| GFZ    | GeoForschungsZentrum                                                      |
| GNSS   | Global Navigation Satellite Systems                                       |
| GPS    | Global Positioning System                                                 |
| GRGS   | Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale                                  |
| G2     | Géodésie et Géophysique, GdR du CNRS 2003-2006                            |
| IERS   | International Earth Rotation Service                                      |
| IGN    | Institut Géographique National                                            |
| IGS    | International GPS Service for geodynamics                                 |
| ILRS   | International Laser Ranging Service                                       |
| ITRF   | International Terrestrial Reference Frame                                 |
| LAGEOS | LAser reflecting GEodynamic Satellite                                     |
| NASA   | National Aeronautic and Space Administration                              |
| OCA    | Observatoire de la Côte d'Azur                                            |
| SPOT   | Système Probatoire d'Observation de la Terre                              |
| TOPEX  | ocean TOPOgraphy EXperiment                                               |
| T/P    | TOPEX/Poseidon, mission spatiale                                          |
| VLBI   | Very Long Baseline Interferometry                                         |

---



# Chapitre 1

## Rappels : les techniques spatiales de la Géodésie

### 1.1 VLBI

Le VLBI (interférométrie à très longue base en ondes radio) repose sur l'observation, par une paire d'antennes, du signal électromagnétique émis par des objets astronomiques extragalactiques (quasars pour la plupart). Les signaux recueillis sont recombinés ultérieurement dans un centre de calcul spécialisé (corrélateur : 2-3 jours de calcul par session de 24h d'observations).

La technique existe depuis 1980, ce qui en fait avec la télémétrie laser la technique la plus ancienne.

#### Caractéristiques

Le réseau international, conduit par le service IVS, comporte un ensemble d'antennes (environ 15-20) de diamètre entre 10 et 35 m, utilisées en interférométrie sur des bases de dimension continentale ou intercontinentale. Les sessions d'observations durent 24 heures, et fournissent quelques milliers de mesures (bandes S et X, de 13. et 3.6 cm de longueur d'onde) effectuées par 5 à 10 stations (15 à 45 bases) sur quelques dizaines de radiosources.

Chaque année le réseau collecte environ 150 000 mesures sur 200 bases différentes. Il y a environ 10 centres d'analyse dans le monde, pour 900 à 1000 jours-station par an.

Il faut noter que, parmi les différentes techniques de géodésie spatiale, le VLBI est la seule à pouvoir déterminer l'orientation instantanée de la Terre dans l'espace inertiel. Elle a une capacité inégalée de haute résolution temporelle, sans perte d'exactitude, et fournit les références suivantes :

- le temps universel, UT,
- les angles de précession et nutation.

## Performances

Voir la section sur l'orientation de la Terre.

## 1.2 Doppler DORIS

Le système Doppler DORIS est un système français, développé dès 1982 par le CNES en collaboration avec l'IGN et le GRGS pour déterminer l'orbite précise de satellites bas (en fait, essentiellement en support aux missions altimétriques) et en vue de réaliser de nombreuses applications en géodésie (réseau-repère de référence terrestre, mouvement du pôle) et en géophysique (tectoniques, déformations régionales-locales).

Le service international IDS correspond avec 5 centres d'analyse, actuellement.

## Caractéristiques

Le premier satellite comportant un récepteur DORIS a été le satellite SPOT-2 lancé en 1990, qui est toujours opérationnel. Depuis cette date, d'autres satellites ont embarqué des récepteurs DORIS (voir Table 1.1). Il y a une constellation de 6 satellites en vol actuellement :

- 2, à 1 300 km et 65-66 degrés d'inclinaison,
- 4, à 800 km et d'inclinaison de type polaire.

| mission  | alt. (km) | précis.<br>$\text{mm.s}^{-1}$ | (type) | lancement (abandon)    | rés. d'orbite<br>$\text{mm.s}^{-1}$ |
|----------|-----------|-------------------------------|--------|------------------------|-------------------------------------|
| SPOT-2   | 800       | 0.3                           |        | janvier 1990           |                                     |
| T/P      | 1 335     | 0.3                           |        | août 1992              | 0.52-0.54                           |
| SPOT-3   | 800       | 0.3                           |        | sept. 1993 (nov. 1996) |                                     |
| SPOT-4   | 800       | 0.3 (+ DIODE)                 |        | mars 1998              | 0.48-0.52                           |
| JASON-1  | 1 330     | 0.1 (NG+ DIODE)               |        | décembre 2001          | 0.38-0.42                           |
| ENVISAT  | 777       | 0.1 (+ DIODE)                 |        | avril 2002             |                                     |
| SPOT-5   | 800       | 0.1 (NG+ DIODE)               |        | mars 2002              |                                     |
| JASON-2  | 1 335     | 0.1 (NG)                      |        | prévu 2007             |                                     |
| CRYOSAT  | 710       | 0.1 (NG)                      |        | prévu fin 2004         |                                     |
| PLEIADE* | 800       | 0.1 (NG)                      |        |                        |                                     |

\* Continuation du programme SPOT, sous forme civile et militaire

TAB. 1.1 – Satellites DORIS en 2003 (NG : Nouvelle Génération d'instrument comportant des mesures de phase, T/P : TOPEX/Poseidon, DIODE : système de calcul de trajectoire en vol, à 2.5 m (rms) et 2  $\text{mm.s}^{-1}$  de performances d'orbite).

Le réseau permanent au sol est constitué de 56 balises ; il est très bien distribué (géographiquement). Il comporte, schématiquement, une balise tous les 32 degrés, soit une résolution de 3 500 km (donc un degré 6, en terme de fonction harmonique sphérique).

Compte tenu de la répartition géographique, on peut dire que la couverture spatiale DORIS (pour l'orbitographie) est de l'ordre de 85% à 70%, respectivement de 1300 à 800 km d'altitude (pour un angle minimum d'élévation dans le ciel de 12-15 deg).

L'état de ces balises (il y a 3 générations d'antenne actuellement, de 1.0 à 3.0), suivi en permanence par l'IGN (Fagard, 2003) et le groupe mission-DORIS du CNES, est le suivant :

- excellentes : 27 sites
- bonnes : 6 sites
- acceptables : 16 sites
- insuffisantes : 7 sites

## Performances

Le système DORIS est un système Doppler ascendant : les balises permanentes émettent depuis le sol des signaux omnidirectionnels qui sont captés par les satellites (mesures toutes les 7 à 10 secondes). Afin d'estimer au mieux le retard ionosphérique, le système utilise deux fréquences : 2036.25 Mhz, et 401.25 Mhz pour la correction.

La précision théorique de l'instrument (basée sur une mesure de la variance d'Allan) est de  $0.3\text{-}0.1 \text{ mm.s}^{-1}$ , en terme de vitesse radiale, suivant sa génération (Willis, 1996). Ceci est, en grande partie, le résultat de la qualité de l'oscillateur ultra stable (OUS, un quartz) embarqué : de  $5 \text{ }10^{-13}$  sur 10-100 secondes, à  $< 2 \text{ }10^{-13}$  sur 10 secondes aujourd'hui. Au cours du temps, l'instrument a été peu à peu miniaturisé, et il est de plus protégé des radiations.

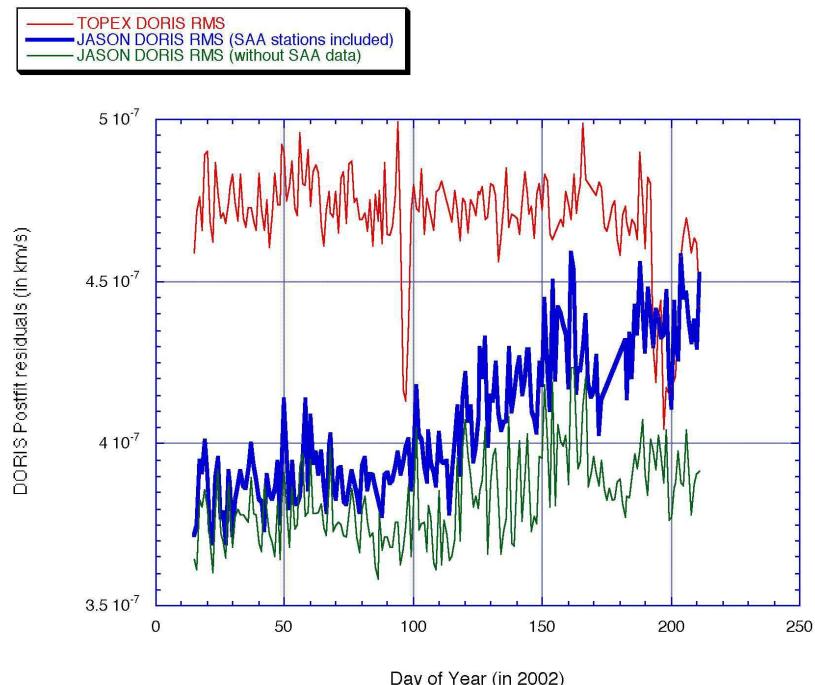


FIG. 1.1 – Résidus d'orbite DORIS avec T/P et JASON-1 en 2002 ( $10^{-7} \text{ km.s}^{-1} = 0.1 \text{ mm.s}^{-1}$ ) ; SAA est l'anomalie sud-Atlantique qui perturbe le récepteur DORIS (pour les balises correspondantes).

Mais, au début de la mission JASON-1 (en 2002), on a constaté une dérive très importante de l'oscillateur bord de l'ordre de  $1 \times 10^{-9}/j$  (en fait  $2 - 3 \times 10^{-10}/j$  serait bien mieux), ainsi qu'un bruit anormal au survol des balises dans l'Atlantique Sud (Fig. 1.1).

Le système (segments sol et espace) est disponible pour plus de 95% des mesures ; par exemple, l'orbite T/P a été calculée 100% du temps depuis 11 ans. Ceci implique la gestion de 8-10 000 mesures par jour.

Le CNES a gagné et garantit la fourniture des orbites DORIS, en 48 heures pour les MOE ("Medium accuracy Orbit Ephemerides", environ 5 cm en radial) et en 1 mois pour les POE plus précises et entièrement validées (mais 3 mois dans le cas de SPOT-2 et -4).

### 1.3 Systèmes de navigation (GNSS)

Le service IGS est le premier service international créé dans le but de fournir des produits et données (en tant que standard des systèmes globaux de navigation par satellite, GNSS), propres à la géodésie et en vue d'applications scientifiques multi-disciplinaires.

#### GPS

Environ 8 centres fournissent, notamment, des solutions d'orbite pour 30 satellites GPS depuis 1994, d'une précision moyenne ayant évoluée de 15 cm à 3-5 cm aujourd'hui, sur une base d'arcs de 7 jours.

Le réseau GPS au sol, est (en 2002) constitué de 110 stations permanentes, bien réparties géographiquement sur le globe. Il y a cependant environ 25% des stations concentrées aux Etats-Unis et en Europe, et moins de 10 stations en Afrique (rien au-dessus de l'équateur).

Les orbites sont disponibles en temps réel (précision de 25 cm), et il faut 13 jours environ pour les produits fins (orbites à moins de 5 cm, et temps à 0.1 nano-seconde).

| mission              | alt. (km) | laser | DORIS | lancement     |
|----------------------|-----------|-------|-------|---------------|
| TOPEX/Poseidon (T/P) | 1 330     | ★     | ★     | août 1992     |
| CHAMP                | 460       | ★     |       | juillet 2000  |
| JASON-1              | 1 330     | ★     | ★     | décembre 2001 |
| ENVISAT              | 777       | ★     | ★     | avril 2002    |
| GRACE-A et -B        | 485       | ★     |       | mars 2002     |
| GOCE                 | 250       | ★     |       | prévu 2007    |

TAB. 1.2 – Satellites bas (LEO) portant un récepteur GPS, en 2003.

Depuis quelques années, des récepteurs GPS ont été embarqués à bord de missions de basse altitude (LEO, voir Table 1.2). Par rapport aux autres techniques, l'immense avantage d'un tel équipement est de pouvoir proposer un positionnement 3D permanent de niveau centimétrique. Bien entendu, et pour des raisons de contrôle et de validation, voire parfois de sauvegarde de la poursuite en cas de panne GPS, toutes les missions spatiales basses sont équipées en plus d'un réflecteur laser, non consommateur d'énergie.

→ Pour les missions de champ de gravité, l'apport de GPS est donc très important.

Du point de vue positionnement, l'IGN est en charge de l'installation et de la maintenance des balises du réseau français ; les stations sont relativement bien distribuées sur le territoire.

Le GPS permet aussi des applications pour la détermination de certains paramètres de l'atmosphère terrestre :

- le contenu électronique de l'ionosphère peut être cartographié grâce à l'existence du réseau permanent de l'IGS,
- le système est capable d'estimer, au niveau centimétrique, le retard troposphérique lié au pourcentage d'humidité de l'atmosphère au voisinage de la station ; ceci permet des applications, avec un réseau, en météorologie et climatologie.

## GLONASS

En plus des systèmes DORIS et GPS, de nombreux groupes français se sont intéressés à l'utilisation du système russe de navigation par satellites GLONASS. Ce système militaire russe est très proche dans ses principes du système GPS.

Une vingtaine de satellites placés sur des orbites, à en moyenne 20 000 km, émettent des signaux codés qui peuvent servir à localiser des mobiles au sol à une précision de quelques mètres. Il est aussi possible de l'utiliser, comme pour le système américain GPS, pour des applications précises liées à la géodésie et à la géophysique.

Bien que le système GLONASS ne soit toujours pas opérationnel (tous les satellites ne sont pas encore lancés) et que sa pérennité ne soit pas totalement assurée, certains constructeurs proposent déjà des récepteurs mixtes GPS/GLONASS. L'intérêt d'utiliser conjointement les mesures de ces deux systèmes de navigation est multiple, tant pour les applications de navigation que pour les applications géodésiques de précision : amélioration en terme de disponibilité, de fiabilité et d'exactitude.

Contrairement à GPS, tous les satellites sont ici équipés de réflecteurs laser. Cependant, la forme et les dimensions de ces réflecteurs sont des freins à la détermination d'orbite précise, même locale, par la télémétrie laser. Or, à des altitudes élevées, seule cette technique est en mesure de calibrer, voire au moins de valider, les calculs des orbites (voir : Berger et al., 2000).

## GALILEO

Voir la présentation de F. Barlier (OCA/CERGA).

### 1.4 Télémétrie laser

L'avantage de la télémétrie laser se situe dans la simplicité du concept de la mesure (temps de trajet d'une impulsion lumineuse) et dans son exactitude. Elle utilise des rétro-réflecteurs,

d'un coût modeste, qui sont placés à bord des satellites ou encore, dans le cas de la Lune, qui ont été déposés par les missions Apollo et Luna entre 1969 et 1973.

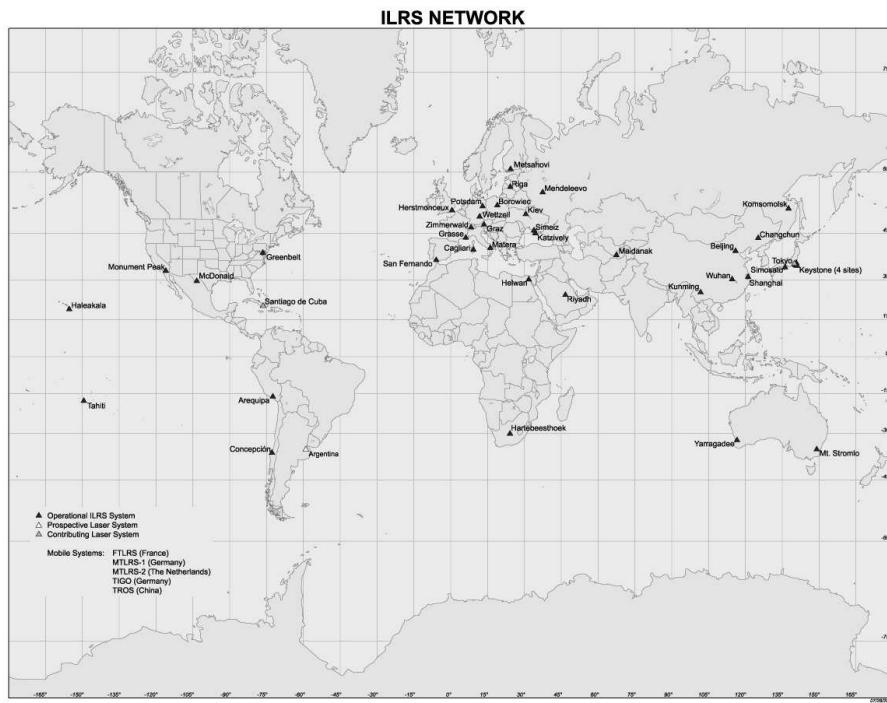


FIG. 1.2 – Réseau laser (SLR) international (©ILRS).

En revanche, la technique est tributaire de la météorologie et de la nécessité d'un personnel spécialisé pour la mettre en œuvre au sol.

La situation est un peu opposée à celle des techniques radio-électriques citées plus haut, qui sont de type tous temps, très faciles d'utilisation sur le terrain et dont le coût très important est essentiellement dans la technologie embarquée à bord du ou des satellites.

La technique laser est, depuis 5 ans, "gérée" par un service international, l'ILRS. Environ 8 centres d'analyse échangent leurs solutions (positionnement et orientation de la Terre), dans le but de fournir un seul et unique produit au service de la rotation de la Terre et du mouvement du pôle, l'IERS.

### Caractéristiques

Les activités liées à la télémétrie laser ont été concentrées sur les satellites dits géodésiques, soit une constellation de 7 satellites (voir Table 1.3).

Leurs caractéristiques (forme, masse et altitude, Fig. 1.3) ont été choisies de façon à fournir des repères de référence quasi-stables pour étudier, outre le champ de gravité à moyennes et grandes longueurs d'onde, l'évolution de phénomènes dépendant du temps relatifs à des changements de forme (champ de gravité compris) et d'orientation de la Terre.

Néanmoins, seuls LAGEOS-1 et -2 jouent un rôle important sur le plan des produits géodésiques globaux, tels : les coordonnées des stations et les paramètres d'orientation de la Terre

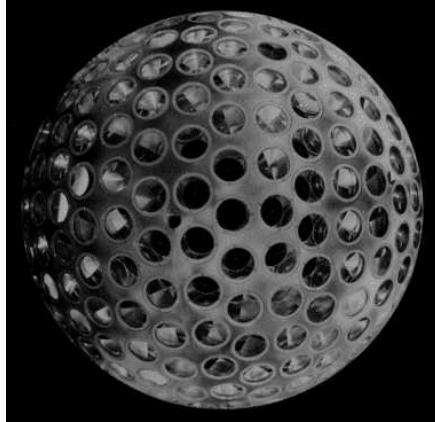


FIG. 1.3 – Satellite LAGEOS, USA 1976 (©NASA).

(EOP). En 2001, et jusqu'en 2002, l'ILRS a décidé d'une campagne d'observation intensive des satellites Etalon, beaucoup plus élevés ; mais les résultats ne montrent pas pour le moment une amélioration très importante (de seulement 20% environ) de la précision des paramètres EOP en ajoutant ces données.

| mission   | alt. (km) | incl. | exc.  | périod. orb. | diam. | lancement (arc long) |
|-----------|-----------|-------|-------|--------------|-------|----------------------|
| Starlette | 800       | 50    | 0.02  | 104 / 14     | 24    | 1975 – 20 ans        |
| LAGEOS    | 6 000     | 110   | 0.004 | 227 / 6      | 60    | 1976 – 23 ans        |
| Etalon-1  | 19 100    | 65    | c     | 698 / 2      | 100   | 1989 – 10 ans        |
| Etalon-2  | 19 100    | 65    | c     |              | 100   | 1990 – 10 ans        |
| LAGEOS-2  | 6 000     | 53    | 0.014 | 222 / 6      | 60    | 1992 – 11 ans        |
| Stella    | 800       | 99    | c     |              | 24    | 1993 – 10 ans        |
| GFZ-1     | 380       | 52    | c     | 92 / 16      | 12    | 1995 –               |
| Ajisai    | 1 500     | 50    | 0.001 | 116 / 12     | 200   | 1986 – 15 ans        |

TAB. 1.3 – Satellites géodésiques laser (c : orbite quasi-circulaire; incl., exc. et pér. sont l'inclinaison du plan en degré, l'excentricité et la période orbitale en mn (/ avec le nbre d'orb./j); – longueur de la série temporelle disponible pour un arc d'orbite long (Delefie, 2002).

La répartition géographique du réseau n'est pas très bonne (Fig. 1.2), avec un hémisphère sud ne comportant que 7 stations sur 35 (à 40 stations suivant les pannes et autres arrêts), soit 20%, et environ 12 stations dans la seule Europe (soit 35%).

## Performances

La télémétrie laser a beaucoup progressé dans sa technologie, à la fin de la dernière décennie. Elle a adopté une cadence de tir de 10 Hz associée à des lasers (Yag, vert ou infrarouge) de faible puissance (100-120 mJ). Ceci a permis le développement de détecteurs (diodes) hautement sensibles qui sont, en Europe, compensés en fonction du niveau de puissance de retour des impulsions (sensé éviter les biais de mesure).

Les chronomètres utilisés sont au niveau de 10-30 pico-secondes ; la datation, en système UTC via un récepteur GPS temps, est à 0.1  $\mu$ seconde.

Environ 90% des stations fournissent les données (sous la forme de points normaux, NP) dans un délai de 12 heures ; ainsi, 75-80% sont acceptables.

- La moitié des stations laser ont une stabilité long terme (un an) inférieure à 5 mm ;
- 10% des stations atteignent cependant 10 mm et plus ;
- la stabilité à court terme est de l'ordre de 8-12 mm pour la moitié des stations, l'autre moitié étant à 18-22 mm en moyenne.

En terme quantitatif, environ 37% des stations atteignent, sur les deux LAGEOS, les standards de l'ILRS fixés à 400 passages/an, soit, avec 10-12 mesures/pass., environ 4 000 mesures en moyenne acquises sur les deux cibles par année.

Ce chiffre est à comparer avec DORIS, par exemple, où l'on atteint 40 à 60 mesures par passage soit environ 40 000 mesures/an et par satellite (il y a 6 satellites DORIS).

Bien entendu, il faut ajouter aux tirs laser sur les LAGEOS, la poursuite de cibles très élevées (de types Etalon, GPS et GLONASS, et LRE) ainsi que la poursuite de satellites bas (satellites déjà cités, et plus ERS-2, GFO et BEC schématiquement).

Ces derniers satellites amènent, en moyenne, 60 000 mesures de plus par an et par station, avec une grande disparité : de 12 000 à 140 000 mesures pour 24 stations, et moins de 8 000 mesures pour les autres 12-15 stations.

## 1.5 Techniques bord

### 1.5.1 Altimétrie

L'altimétrie spatiale permet de mesurer, à chaque instant, la distance entre le satellite et la surface marine à l'aide d'un radar altimètre embarqué pointé au nadir.

Si l'on veut pouvoir déduire des mesures la topographie instantanée de la surface de l'océan dans un repère de référence terrestre (géocentrique), le satellite doit être repéré par rapport à ce référentiel.

En moyennant sur un intervalle de temps donné la surface topographique mesurée et en corrigeant au mieux les divers effets océaniques, on obtient une surface moyenne des océans sur cet intervalle de temps. Cette surface contient le signal du géoïde marin et celui de la topographie dynamique (les courants).

L'étude de la topographie des océans donne accès à la circulation océanique, aux marées et au relief sous-marin.

### Caractéristiques

Les progrès accomplis dans la mesure des grandeurs utiles en océanographie spatiale, comme le niveau de la mer à différentes échelles de temps et d'espace, reposent sur la maîtrise de plusieurs métrologies et en premier lieu la métrologie de l'orbite, elle-même fondée sur la maîtrise de plusieurs facteurs :

- la connaissance du champ de gravité de la Terre et des forces non-gravitationnelles gouvernant le mouvement du satellite,

- le repérage des stations de poursuite dans un référentiel homogène de la meilleure qualité possible, en pratique les solutions de l'ITRF,
- l'amélioration des techniques de poursuite de satellites (mesures de distances par la télémétrie laser ou de différences de distances entre la Terre et le satellite par les systèmes DORIS (ou PRARE), ou encore mesures GPS directement entre la constellation et le satellite à positionner).

Sur le plan du long terme, à plus de dix ans, il faut pouvoir combiner les observations de plusieurs missions spatiales successives, avec parfois des données plus anciennes. C'est là un enjeu très important pour l'océanographie, à savoir celui de l'observation et du suivi du niveau moyen des mers au niveau du mm/an, voire mieux, sur plusieurs décennies.

## Performances

| mission    | alt.  | résol. | périod. | précis.<br>altimèt. | err. rad.<br>prévue | err. rad.<br>obtenue | lanc. (aband.) |
|------------|-------|--------|---------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------|
| GEOS-3     | 800   |        |         | 15                  | 200                 | 100                  | 1975 (1978)    |
| Seasat     | 800   | 30     |         | 9                   | 200                 | 75 (20)              | 1978 (-)       |
| Geosat     | 800   |        |         | 7                   | 100                 | 40 (15)              | 1985 (1989)    |
| ERS-1      | 800   | 75     | 35      | 4                   | 20                  | 20 (3-4)             | 1991 (2000)    |
| id         |       | 8      | 168     |                     |                     |                      | (1993)         |
| TOPEX/Pos. | 1 330 | 250    | 10      | 3.5                 | 12.5                | 2.5                  | 1992           |
| ERS-2      | 800   | 75     | 35      | 4                   | 15                  | 6                    | 1995           |
| GFO        | 800   |        |         | 4                   | 5                   | 10-15                | 1998           |
| JASON-1    | 1 330 | 250    | 10      | 2.5                 | < 4                 | 1.5 (1 ?)            | 2001           |
| ENVISAT    | 777   | 75     | 35      | 3.5                 | 10                  | 3-4                  | 2002           |
| JASON-2    | 1 330 | 250    | 10      | 2                   | 1                   |                      | 2006           |

TAB. 1.4 – Satellites océanographiques (alt. : altitude en km, résol. : résolution géographique ou inter-trace en km, périod. : période de répétitivité en j., précis. altimèt. : précision de mesure de l'altimètre bord en cm, err. rad. prévue : erreur radiale d'orbite prévue en cm, err. rad. obtenue : erreur radiale d'orbite réellement obtenue(valeur avec modèles récents) en cm).

### 1.5.2 Accélérométrie

L'accélérométrie permet la mesure, à chaque instant, des forces de surface ; ces forces, de type non-conservatives, sont appelées ainsi car elles agissent précisément à la surface du satellite (comme le freinage, par exemple, dû au frottement atmosphérique).

Ces forces dépendent en grande partie de l'altitude de la mission, mais aussi des caractéristiques de forme, de masse et de surface exposée propre à la plate-forme (satellite).

En premier lieu, il faut citer le freinage, dont l'incertitude sur sa modélisation en calcul d'orbite, atteint environ 15% (valeur relative). Elle est essentiellement dû à l'incertitude sur la connaissance de la densité atmosphérique totale rencontrée à chaque instant.

Aussi l'accélérométrie, en mesurant en permanence l'accélération tangentielle subie par le satellite, permet de s'affranchir d'une modélisation lourde et relativement incertaine du freinage.

### Caractéristiques

L'accélérométrie a déjà été utilisée en géodésie spatiale, notamment avec les travaux de F. Barlier et d'Y. Boudon (GRGS) sur le bilan radiatif terrestre, dans les années 80 (voie radiale de l'accéléromètre CACTUS sur le satellite CASTOR lancé en 1975).

L'ONERA, depuis ce temps, a joué un rôle très important en acquérant une grande compétence industrielle et scientifique afin de développer une instrument purement spatial de plus en plus performant.

### Performances

L'accéléromètre STAR, dans le cas de CHAMP, est ultra sensible et délivre les accélérations linéaires dans les 3 directions du repère satellite (radiale, tangentielle, normale), ainsi que les accélérations angulaires (roulis, lacet, tangage). Les voies tangentielle et normale sont dix fois plus sensibles que la voie radiale.

| mission       | alt. (km) | incl. | décroiss.        | précis.<br>accél. | err. rad.<br>obtenue | lancement    |
|---------------|-----------|-------|------------------|-------------------|----------------------|--------------|
| CHAMP         | 460       | 87    | 160 (6 ans)      | 0.3-3.            | 11-7                 | juillet 2000 |
| GRACE-A<br>-B | 485       | 89.8  | 165 (5 ans)<br>" | 0.3<br>id         |                      | mars 2002    |
| GOCE*         | 250       | 96.5  |                  | 0.003             |                      | 2007?        |

\* Le satellite sera "drag-free" c'est-à-dire avec une fusée qui compense les effets du freinage atmosphérique

TAB. 1.5 – Satellites accélérométriques (alt., incl. : altitude et inclinaison (en deg.) du plan d'orbite ; décroiss. : décroissance de l'altitude en km (pendant la durée de la mission) ; précis. accél. : précision de l'accéléromètre en  $10^{-8} \text{ m.s}^{-2}.\text{Hz}^{-1/2}$  ; err. rad. obtenue : erreur radiale d'orbite obtenue en cm).

L'accéléromètre de GRACE, super-STAR, a également été développé par l'ONERA.

Dans le cas de GOCE, l'ONERA développe le concept de gradiomètre avec six ultra sensibles micro-accéléromètres. Ceci permettra de délivrer les dérivées secondes du champ avec une précision de quelques mill-Eötvös (1 E =  $10^{-9} \text{ s}^{-2}$ ) par  $\text{Hz}^{-2}$  (dans la bande 0.005-0.1 Hz).

## Chapitre 2

# Dynamique orbitale

Le lancement le 4 octobre 1957 du satellite géodésique Spoutnik-1 a propulsé la géodésie dans l’ère spatiale et a ouvert la voie aux études globales de la Terre depuis l’espace. Un certain nombre de ces études globales se basent sur les principes de la dynamique orbitale.

Ceux-ci consistent à améliorer en parallèle les méthodes de calcul d’orbites des satellites artificiels, et les modèles de forces (dont on déduit les modèles géodynamiques) qui perturbent leurs mouvements.

Le but est ainsi double : il s’agit d’une part de proposer des méthodes de calcul du mouvement des corps spatiaux, à un niveau de précision de l’ordre de quelques centimètres, et d’autre part d’établir des modèles capables de rendre compte des perturbations des mouvements spatiaux dues au système Terre dans son ensemble.

L’approche spatiale a permis de construire un système géodésique (repère de référence et champ de gravité) global et homogène (notamment pour le positionnement et la navigation), afin de rattacher entre elles des références locales à la fois gravimétriques et géométriques.

### 2.1 Principes

La dynamique (orbitale), qui peut être considérée comme une branche de la Mécanique Céleste, est l’étude du mouvement des satellites artificiels : satellites de la Terre ou de tout autre Planète du système Solaire, ou encore sondes inter-planétaires.

Cette spécialité trouve un intérêt majeur dans l’exploitation des missions spatiales d’observation de la Terre (ou des planètes), où la localisation précise du satellite, souvent à quelques centimètres près par rapport à un réseau de stations d’observation terrestres ou spatiales, est primordiale.

La détermination d’orbite est un problème de dynamique dont l’ingrédient fondamental est la loi de Newton qui relie la force  $\mathbf{F}$ , la masse  $m$  et l’accélération  $\gamma$

$$\mathbf{F} = m\gamma \tag{2.1}$$

Comme dans tout problème de dynamique les deux questions à résoudre sont la modélisation des forces  $\mathbf{F}$  et la résolution du système différentiel :

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{x}}(t) &= \gamma(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t_0) &= \dot{\mathbf{x}}_0 \\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0\end{aligned}\tag{2.2}$$

où  $\mathbf{x}(t)$  est le vecteur position dans l'espace classique à trois dimensions,  $t$  est le temps,  $\dot{\mathbf{x}}$  et  $\ddot{\mathbf{x}}$  sont les dérivées premières et secondes de  $\mathbf{x}$  par rapport au temps, respectivement les vecteurs vitesse et accélération.

Notre connaissance très imparfaite des conditions initiales lors du lancement d'un satellite, les limites de la modélisation des forces et notre incapacité à résoudre le système (2.2) avec une précision infinie rendent ce schéma de l'extrapolation d'orbite insuffisant pour la plupart des besoins. Il faut s'appuyer sur des mesures suffisamment précises et fréquentes pour conserver une connaissance de l'orbite qui ne se dégrade pas au cours du temps : c'est la restitution d'orbite.

Tandis que l'extrapolation se contente d'intégrer le système (2.2) avec des conditions initiales et des paramètres physiques fixés, la restitution d'orbite détermine, au choix de l'utilisateur, les conditions initiales et des paramètres empiriques qui permettent de minimiser la distance (selon une norme donnée) entre l'orbite et les mesures.

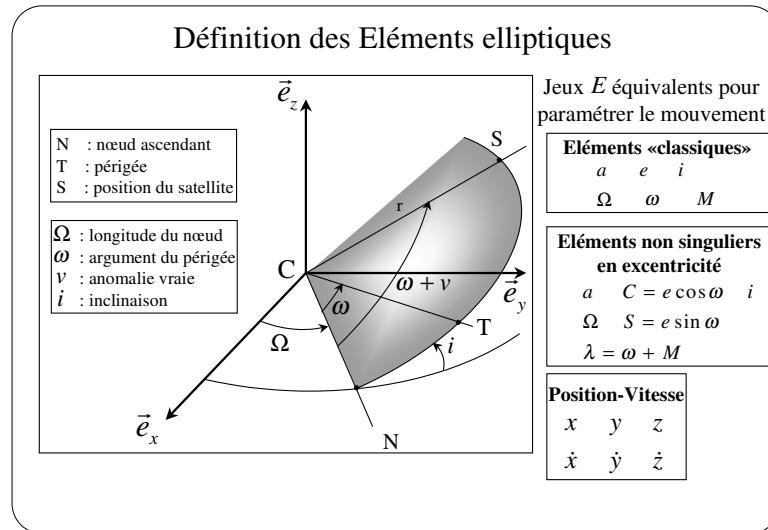


FIG. 2.1 – Positionnement du plan de l'orbite dans l'espace

## 2.2 Equations de base

On pourrait montrer qu'un corps soumis au potentiel newtonien  $\mu m/r$  a un mouvement très simple, puisqu'il décrit une orbite elliptique, caractérisée par 6 éléments constants dans le temps, qui permettent de positionner de manière géométrique le corps sur son orbite (voir Fig. 2.1) :

- éléments caractérisant la géométrie de l'ellipse :
  - $a$ , demi grand axe de l'ellipse
  - $e$ , excentricité
- éléments positionnant le plan de l'orbite dans l'espace :
  - $i$ , inclinaison du plan de l'orbite sur le plan de référence
  - $\Omega$ , longitude du nœud ascendant
- éléments repérant la position du corps sur son orbite :
  - $\bar{n}$ , moyen mouvement
  - $\omega$ , argument du péricentre

Quand il existe un potentiel perturbateur, le système des équations du mouvement n'est plus intégrable de manière complètement analytique :

le mouvement n'est képlérien qu'en première approximation, même si l'on peut définir à tout instant une orbite *osculatrice* à partir des vecteurs position et vitesse.

Dans ce cas, les éléments définis précédemment subissent des variations au cours du temps, et ces variations sont régies par les équations planétaires de Lagrange suivantes ( $M$  désigne l'anomalie moyenne qui vérifié  $M(t) = M(t_0) + \bar{n}(t - t_0)$ ) :

$$\begin{aligned}
 \frac{da}{dt} &= \frac{2}{\bar{n}a} \frac{\partial U}{\partial M} \\
 \frac{de}{dt} &= -\frac{\sqrt{1-e^2}}{\bar{n}a^2 e} \frac{\partial U}{\partial \omega} + \frac{1-e^2}{\bar{n}a^2 e} \frac{\partial U}{\partial M} \\
 \frac{di}{dt} &= \frac{-1}{\bar{n}a^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial U}{\partial \Omega} + \frac{\cos i}{\bar{n}a^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial U}{\partial \omega} \\
 \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{\bar{n}a^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial U}{\partial i} \\
 \frac{d\omega}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{\bar{n}a^2 e} \frac{\partial U}{\partial e} - \frac{\cos i}{\bar{n}a^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial U}{\partial i} \\
 \frac{dM}{dt} &= \bar{n} - \frac{2}{\bar{n}a} \frac{\partial U}{\partial a} - \frac{1-e^2}{\bar{n}a^2 e} \frac{\partial U}{\partial e}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Une intégration de ces équations permet d'identifier la signature orbitale de chacun des coefficients géodynamiques intervenant dans l'expression des potentiels perturbateurs. C'est à partir de ces signaux que l'on peut déterminer ces coefficients par méthodes inverses.

Le problème "inverse" est basé sur la recherche d'un lien entre quantités modélisées et quantités observées : c'est la restitution d'orbite.

## 2.3 Restitution (ajustement) d'orbite

Si  $\mathbf{E}_C$  désigne un ensemble d'éléments orbitaux tels qu'ils peuvent être calculés par les modèles, l'équation de la dynamique est du type :

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{d\mathbf{E}_C}{dt} &= SM(\mathbf{E}_C, \Sigma) \\ \mathbf{E}_C(t_0) &= \mathbf{E}_0\end{aligned}} \quad (2.4)$$

où  $\mathbf{E}_0$  est le vecteur des 6 éléments de départ à  $t_0$ .

A travers le second membre  $SM$  de ces équations différentielles, le modèle de forces dépend d'un certain nombre de paramètres  $\Sigma = (\epsilon_1, \dots, \epsilon_p)$  qui peuvent être divisés en trois catégories :

- les conditions initiales ( $\epsilon_1, \dots, \epsilon_6$ ),
- les paramètres dynamiques propres à un satellite (qui caractérisent le plus souvent des forces non gravitationnelles comme le coefficient aérodynamique  $c_X$ , qui traduit l'interaction entre la surface du satellite et les molécules de l'atmosphère),
- les paramètres géodynamiques communs à tous les satellites, comme les coefficients du champ de gravité.

La restitution d'orbite permet de déterminer un certain nombre de ces paramètres en minimisant la différence, selon une norme donnée, entre l'orbite et les mesures (en fait entre les mesures et la quantité équivalente calculée à l'aide d'une intégration d'orbite). Le processus est en général itératif, et basé sur une intégration de (2.4) à l'étape  $n + 1$  à l'aide des paramètres déterminés à l'étape  $n$ .

Pour les paramètres communs à tous les satellites, il faut de plus pouvoir profiter de la redondance des observations, de manière à assurer une détermination d'autant meilleure de ces paramètres.

Le but est de déterminer  $p$  paramètres  $\epsilon_k$  ( $k = 1, p$ ) à l'aide de  $6n$  observations  $\mathbf{E}$  réparties dans le temps. On a bien sûr  $6n > p$ . Les paramètres  $\Sigma = (\epsilon_1, \dots, \epsilon_p)$  caractérisent à la fois le modèle d'orbite et le modèle géodynamique utilisé pour calculer les 6 éléments  $\mathbf{E}_C = f(\Sigma, t)$ , où  $f(\Sigma, t) = (f_1(\Sigma, t), \dots, f_6(\Sigma, t))$  caractérise le modèle utilisé.

Si les modèles étaient parfaits et complets, on aurait à chaque date  $t_i$   $f(\Sigma, t_i) = \mathbf{E}(t_i)$ . Comme ce n'est pas le cas, chaque mesure est affectée d'un écart-type  $\sigma_j(t_i)$ , et il faut chercher à minimiser  $f(\Sigma, t) - \mathbf{E}(t)$ , considérée comme une fonction des paramètres  $\Sigma$ .

Pour mettre en œuvre la méthode des moindres carrés, il faut pouvoir disposer de la matrice des dérivées partielles  $\partial f / \partial \epsilon_k$  aux dates  $t_i$  d'observations, c'est-à-dire des quantités  $\partial \mathbf{E}_C / \partial \epsilon_k$ .

Or la seule quantité que l'on peut formuler facilement est  $\frac{\partial}{\partial \epsilon_k} \left( \frac{d\mathbf{E}_C}{dt} \right)$  en vertu de l'équation (2.4). Dans le cas général, on a :

$$\left| \frac{\partial}{\partial \epsilon_k} \left( \frac{d\mathbf{E}_C}{dt} \right) \right| = \frac{\partial SM}{\partial \mathbf{E}_C} \frac{\partial \mathbf{E}_C}{\partial \epsilon_k} + \frac{\partial SM}{\partial \epsilon_k} \quad (2.5)$$

En général,  $\partial SM / \partial \epsilon_k$  est la division formelle du système différentiel par le paramètre que l'on cherche à estimer. C'est une équation que l'on peut intégrer numériquement, en même temps que les équations du mouvement proprement dites.

## 2.4 Précisions d'orbites

Nous présentons ici un tableau comparatif des précisions de restitutions d'orbites pour différents satellites (situés à différentes altitudes).

| mission    | alt. (km) | arc (j) | résidus | err. radiale | modèle          |
|------------|-----------|---------|---------|--------------|-----------------|
| LAGEOS     | 6 000     | 10      | 2       | 1.7          | <i>GRIM5-S2</i> |
| LAGEOS-2   |           |         | 1.8     | 1.5          | ”               |
| Starlette  | 800       | 5       | 5       |              | ”               |
| Stella     | 800       | 5       | 4       |              | ”               |
| GFZ-1      | 380       | 1       | 25      |              | ”               |
| Starlette  |           | 5       | 3.5     | 1.6          | <i>EIGEN-0</i>  |
| GFZ-1      |           | 1       | 17      |              | ”               |
| CHAMP      | 460       | 1       |         | 95           | <i>GRIM5-S1</i> |
| id         |           |         |         | 62           | <i>GRIM5-C1</i> |
| id         |           |         |         | 11           | <i>EIGEN-1S</i> |
| TOPEX/Pos. | 1 330     | 10      | 2.5     |              | <i>JGM-3</i>    |
| JASON-1    |           | 10      | 1.4     | 1.6          |                 |

TAB. 2.1 – Ajustements d'orbites ; résidus (cm) par rapport à des mesures laser, et err. radiale : erreur d'orbite radial en cm, estimée par des mesures laser à haute élévation (dans le ciel).

Peu de logiciels de calcul d'orbite, utilisant l'intégration numérique, ont été développés dans le monde, depuis les années 60. Ces programmes (souvent écrits en FORTRAN) sont en effet très lourd à développer ; il faut en fait une équipe stable pendant plusieurs années.

Ainsi, seuls des organismes comme :

- le CNES (en France, avec *GINS*),
- le GFZ (en Allemagne, avec *DOGS*),
- la NASA (aux USA, avec *GEODYN*),
- l'université du Texas (avec *UTOPIA*)
- et le JPL (avec *GYPSIS*)

ont réellement obtenus des logiciels fiables et puissants.



# Chapitre 3

## Repères, et réseaux

### 3.1 Rappels

Un référentiel sera parfaitement défini et réalisé par la donnée d'un solide de référence, lui-même défini par un ensemble de points.

Les systèmes de référence terrestres : si on utilise une formulation euclidienne, un système de référence terrestre est entièrement défini par un repère affine, c'est-à-dire par : une origine, des vecteurs de base, une échelle.

On peut en définir un comme ceci : il a son origine au centre des masses de la Terre, un vecteur parallèle à l'axe de rotation, et pour unité de longueur le mètre du système international (SI). Le système de référence terrestre "idéal" est ancré à la surface de la Terre (donc est lié à la croûte terrestre), dont les déformations et les évolutions temporelles sont supposées parfaitement connues en tout point.

Nous pouvons choisir, pour meilleure matérialisation de ce système, un ensemble de points sur la surface de la Terre, points dont on connaît le mouvement périodique imposé par les marées et dont la dérive séculaire (horizontale), due aux déplacements relatifs des plaques tectoniques et à leur déformation, est supposée connue.

Ces points sont dits alors fondamentaux et constituent le repère de référence terrestre qui résulte du concept idéal de système de référence terrestre (Kovalevski 1985).

### 3.2 Repère de référence terrestre

Le service international de la rotation de la Terre (IERS) est en charge de la réalisation des systèmes de référence céleste et terrestre (ICRS et ITRS), ainsi que la détermination des paramètres d'orientation de la Terre (EOP) reliant ces deux systèmes.

La dernière réalisation en date de l'ITRS est l'ITRF2000 : elle comporte 800 stations sur 500 sites (dont les 3/5 uniquement en Europe et aux Etats-Unis). Ceci correspond donc, en moyenne, à une répartition géographique de un site tous les 15 degrés (densité deux fois plus grande que le réseau DORIS), soit un degré 11 en terme de fonction harmonique sphérique.

### 3.2.1 Définition, détermination

#### Caractéristiques

L'idée de base de l'ITRF est de combiner les positions de stations (et leurs vitesses), calculées par différents centres d'analyse (la méthode de combinaison a prouvé une grande efficacité, sans perte de qualité des différentes solutions) en utilisant les solutions suivantes :

- l'interférométrie à très longue lignes de base, VLBI (3 solutions)
- la télémétrie laser sur satellites et sur la Lune (7 solutions SLR et 1 LLR)
- le GPS (6 solutions)
- le Doppler DORIS (2 solutions)
- des solutions régionales GPS (9 solutions)

Le modèle de combinaison (à 14 degrés de liberté) est le suivant :

$$\begin{cases} X_s^i &= X_c^i + T_k + D_k X_c^i + R_k X_c^i \\ &+ (t_s^i - t_k) [\dot{T}_k + \dot{D}_k X_c^i + \dot{R}_k X_c^i] \\ \dot{X}_s^i &= \dot{X}_c^i + (\dot{T}_k + \dot{D}_k X_c^i + \dot{R}_k X_c^i) \end{cases} \quad (3.1)$$

Avec ( $D \dot{X}_c^i \sim 0$  et  $R \dot{X}_c^i \sim 0$ ) :

$$\dot{T} = \begin{bmatrix} \dot{T}_1 \\ \dot{T}_2 \\ \dot{T}_3 \end{bmatrix}, \text{ et } \dot{R} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{R}_3 & \dot{R}_2 \\ \dot{R}_3 & 0 & -\dot{R}_1 \\ -\dot{R}_2 & \dot{R}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

#### Définition ITRF2000

En terme de définition de système de référence, l'ITRF2000 repose sur les critères suivants :

- l'échelle et sa dérivée sont définies par une moyenne de celles obtenues pour les solutions VLBI (3) et celles les plus en accord des solutions SLR (5 sur 7) ;

la technique laser est la seule "technique satellite" fonctionnant en absolu, dû à la nature même de ses données. Ainsi, elle représente à elle seule environ 50% de l'information entrant dans le calcul du facteur d'échelle du repère terrestre (les autres 50% venant du VLBI) ;

- les translations et leurs vitesses sont définies par celles des solutions SLR les plus en accord,
- l'orientation est alignée sur celle de l'ITRF97, à l'époque 1997.0, et son évolution temporelle est alignée à celle du modèle géophysique NNR-NUVEL-1A, ceci pour les sites ayant les critères suivants :
  - observations en continue pendant au moins 3 trois ans,
  - situés loin des frontières de plaques ou des zones actives (déformations),
  - vitesses combinées meilleures que 3 mm/an.
- la période commune est 1991-2000, soit environ 10 ans.

### Origine et facteur d'échelle

Les résultats des combinaisons entrant dans le calcul de l'ITRF2000 font ressortir les grandes caractéristiques suivantes (Altamimi, 2003) :

- un très bon accord entre les solutions SLR, en terme d'origine, au niveau de 5 mm sur les trois composantes  $X, Y, Z$ , ce qui n'est pas le cas de GPS,
- un accord remarquable, en terme d'échelle, des solutions VLBI, même si les solutions SLR s'accordent à 1 ppb ( $10^{-9}$  près)<sup>1</sup>.

La stabilité de l'ITRF2000 sur un dizaine d'années est de l'ordre de 4 mm en origine (dont : 1.5 en  $X, Y$  et 3.9 en  $Z$ ) et de 0.5 ppb (avec 0.03 ppb/an  $\sim 0.2$  mm/an) en échelle (équivalent à un biais en vertical d'environ 3 mm).

La précision moyenne des solutions est de 3-4 mm en position et de 1-2 mm/an en vitesse.

| technique        | nbre sol. | position | vitesse | commentaires                 |
|------------------|-----------|----------|---------|------------------------------|
| VLBI             | 3         | 2-3      | 1       |                              |
| SLR              | 7         | 3-10     | 2-4     |                              |
| GPS              | 6         | 2-5      | 1-2     |                              |
| DORIS            | 2         | 25-30    | 4-5     |                              |
| id               |           | 12       |         | avec 6 satellites sur 1 mois |
| multi-techniques | 2         | 6-9      | 2       |                              |
| GPS régional     | 9         | 1-8      | 1-4     |                              |

TAB. 3.1 – Résumé des erreurs moy. quadratiques (en mm) des solutions incluses dans l'ITRF2000, d'après (Altamimi, 2003).

Un des enjeux très important dans le calcul de l'ITRF consiste à rattacher les réseaux (par technique) entre eux. Pour cela, on mesure très précisément (il faut le mm) les rattachements avec les moyens traditionnels de la géodésie classique entre stations et/ou piliers sur des sites possédant plus d'une technique.

On trouve dans l'ITRF : 70 sites à 2 techniques, 25 sites à 3 techniques et 6 sites à 4 techniques, soit environ 100 sites (sur 500) dits en co-localisation. Parmi les sites co-localisés, on trouve en particulier 40 sites DORIS-GPS.

Sur ces derniers sites, Willis (2003) a comparé les valeurs des rattachements d'une part mesurés et d'autre part calculés par les coordonnées géocentriques propres GPS et DORIS, dans deux cas : avec le champ EGM96 (et l'orbitographie correspondante) et avec le nouveau champ GRACE ; il trouve une réduction très nette de l'histogramme des différences (en terme de distance) de 6 à 3 cm.

<sup>1</sup> $10^{-9}$  correspond à 6 mm sur le Terre

### 3.2.2 Echelles des phénomènes

#### Global

Les différences de vitesse entre l'ITRF2000 et le modèle géophysique NUVEL-1A suggèrent des quantités significatives entre-plaques et, globalement, une différence d'environ 3 mm/an.

Un aspect essentiel de l'exactitude de l'ITRF résulte de l'utilisation conjointe de l'ensemble des techniques de géodésie spatiale. Ainsi, chaque technique apporte à l'ensemble ses points forts :

- la géométrie globale du réseau (DORIS),
- le rattachement au centre des masses de la Terre (laser),
- la densification (GPS),
- l'échelle du repère (laser+VLBI),
- la liaison au référentiel inertiel (VLBI).

#### Horizontal

Parmi les enjeux actuels citons :

- la validation des modèles cinématiques géologiques (échelle globale) : dérive des plaques lithosphériques : les vitesses d'expansion sont de l'ordre du cm par an (< 10 cm/an). Les problèmes de modélisation se situent notamment en frontière de plaques,
- vers un modèle global incluant les rotations (et leurs pôles) des plaques rigides et les déformations intraplaques : elles sont associées à des mécanismes tectoniques, de types plissements, jeux de failles, etc., dont l'ordre de grandeur est le mm/an, sauf pour les rifts continentaux (cm/an),
- le cycle sismique (charge/décharge) et les interactions entre failles actives (échelle locale type : séisme, faille ou volcan individuel),
- le suivi des stations de référence.

#### Vertical

L'étude des mouvements verticaux est beaucoup plus difficile que celle des mouvements horizontaux généralement plus grands d'un ou plusieurs ordres de grandeur. Elle doit faire intervenir l'ensemble du milieu physique local et régional : terre solide, océan, eaux souterraines, et atmosphère, dont les processus ont des échelles temporelles qui vont de quelques minutes à plusieurs siècles.

Parmi les questions scientifiques dépendant de la connaissance des mouvements verticaux, on peut citer (thèmes du Gdr AGRET ; Feissel-Vernier, 2003) :

- la caractérisation des variations du niveau moyen des mers, qui nécessite un ensemble de mesures complémentaires, à la fois *in situ* (marégraphie, gravimétrie, géoïdes locaux à haute résolution) et spatiales (altimétrie),
- le rebond post-glaciaire : c'est un phénomène de décharge, dont le temps caractéristique est de l'ordre de 10 000 ans lié aux cycles glaciaires. Actuellement, la phase de soulèvement est continue, de l'ordre de moins de 1 cm/an aux pôles,
- la sédimentation dans les bassins : elle s'établit sur plusieurs dizaines de milliers d'années, avec un ordre de grandeur généralement faible (< 1 mm/an),
- les marées terrestres : l'effet, dû à l'attraction luni-solaire, est important (environ 30 cm), et périodique (bien modélisé actuellement, sous les hypothèses de Love/Wahr),
- la surcharge océanique : c'est l'effet provoqué par la marée océanique qui, en déplaçant d'importantes masses d'eau, vient "appuyer" (avec une hypothèse de réponse élastique) sur la croûte terrestre (de l'ordre du cm) ;

la surcharge atmosphérique : de même, la variation de pression atmosphérique sur une région (océan ou continent) agit sur la surface. Pour la croûte terrestre, l'effet est très variable, de l'ordre de quelques mm à quelques cm ;

la répartition spatiale de la charge est à moyenne et grande longueur d'onde : de quelques centaines à quelques milliers de km. La variabilité est essentiellement diurne et saisonnière ; la modélisation des effets de charge (jusqu'à une échelle spatiale moyenne) est possible à condition d'obtenir un modèle ou des mesures sur le phénomène qui agit. Dans le cas océanique, on dispose des modèles de marées (par exemple les modèles hydrodynamiques de type FES) ; dans le cas de l'atmosphère, on utilise des sorties de modèle météorologique (données de l'ECMWF par exemple) sous la forme de champs de pression à 6 heures au degré Xordre 50 (soit 800 km de résolution) ; enfin, concernant l'hydrologie des sols (eaux continentales), on dispose de séries temporelles de mesures, pas encore très fiables ;

- les subsidences dues à l'activité humaine : ces effets sont faibles, généralement, et sont dûs à l'extraction de pétrole, de gaz naturel, etc. L'ordre de grandeur peut cependant atteindre le cm/an dans certains cas.

Exemple du thème des Références Verticales (IAG International Symposium on Vertical Reference Systems, 2001) :

- *Objectives : The symposium will significantly contribute to the ongoing discussion on the unification of vertical reference systems and their realization by reference surfaces and reference frames. It includes classical height systems based on tide gauges and spirit leveling as well as modern systems with geocentric station coordinates obtained from space geodetic positioning and geoid / quasi geoid determination. Methods, models and results of vertical positioning, including their relation with the gravity field, will be discussed. Emphasis shall be given to comparison and combination of different (classical and modern) techniques.*

### 3.3 Rotation de la Terre

Les premiers astronomes à s'intéresser à la rotation des planètes ("pourquoi ?") furent C.E. Delaunay et C. Flammarion (Observatoire de Paris, 1872) ; le dernier s'intéressa à l'étude d'une loi de rotation à l'instar des lois de Kepler de la première décennie du 17ème siècle. Il suggéra : "la résistance apportée au mouvement (de rotation) est due à la densité". Ainsi :

|         | val. en 1872 |                  | val. modernes |         |         |
|---------|--------------|------------------|---------------|---------|---------|
|         | période      | densité relative | période (j)   | $M/M_E$ | $R/R_E$ |
| Mercure | 24 h 05 min  |                  | 58.6400       | 0.0554  | 0.3800  |
| Venus   | 23 h 21 min  |                  | 243.0200      | 0.8150  | 0.9500  |
| Terre   | 23 h 56 min  | 1.00             | 0.9973        | 1.0000  | 1.0000  |
| Lune    |              |                  | 27.3220       | 0.0123  | 0.2725  |
| Mars    | 24 h 37 min  |                  | 1.0260        | 0.1075  | 0.5320  |
| Jupiter | 9 h 55 min   | 0.22             | 0.3872        | 317.80  | 11.18   |
| Saturne | 10 h 40 min  | 0.14             | 0.4440        | 95.19   | 9.42    |
| Uranus  |              | 0.21             | 0.7183        | 14.54   | 3.84    |
| Neptune |              | 0.22             | 0.6713        | 17.23   | 3.93    |
| Pluton  |              |                  | 6.3872        | 0.0022  | 0.1820  |

TAB. 3.2 – Rotation des planètes en 1872 et aujourd'hui. Les valeurs pour Mercure et Venus étaient particulièrement fausses, dû notamment au fait que les masses n'avaient pas encore été déterminées (y compris pour Mars).

La période de rotation de la Terre a beaucoup évolué dans le temps. La Terre tournait beaucoup plus vite dans le passé que maintenant ; la dissipation d'énergie par effets de marées, et l'augmentation de la distance Terre-Lune, a allongé la durée du jour de 22h à 24h sur les derniers 360 millions d'années (Cartwright, 1999).

Le suivi des irrégularités de la rotation de la Terre par plusieurs techniques d'observation permet d'établir des séries temporelles de mesures longues et denses nécessaires à la compréhension des phénomènes géodynamiques globaux impliqués.

Ceci ouvre un champ important de recherche pour la modélisation d'un grand nombre d'influences dynamiques ou statiques des couches qui constituent la planète, depuis la graine solide jusqu'à l'atmosphère.

Ainsi, plus finement, la Fig. 3.1 indique les variations de la durée du jour (en millisec.) à différentes échelles de temps, dû à différents phénomènes.

#### Ses activités connexes

Astronomie :

- orientation de la Terre
- galaxies, et domaine extra-galactique
- système dynamique Terre-Lune
- navigation inter-planétaire

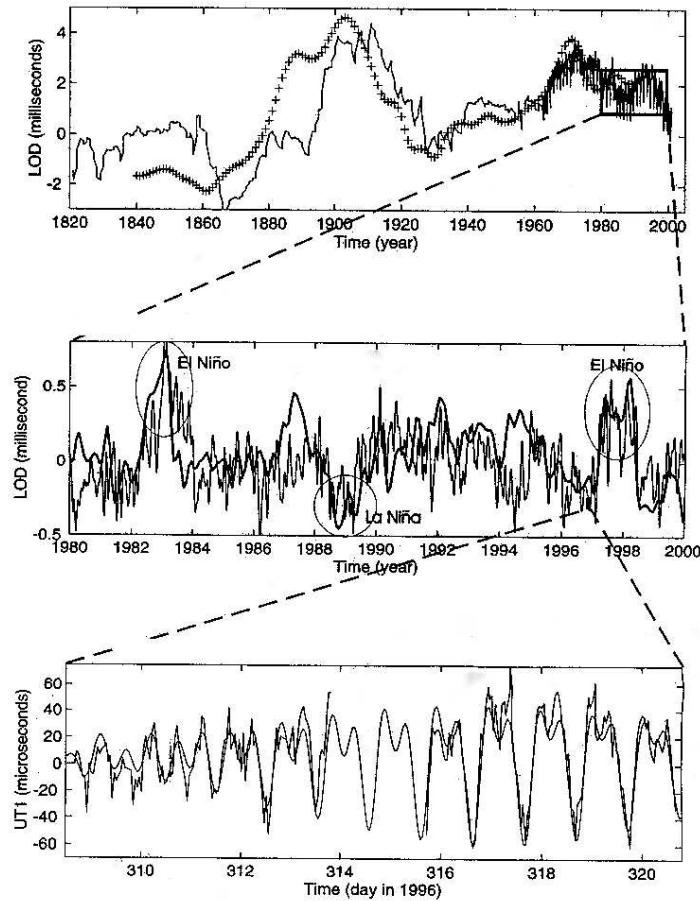


FIG. 3.1 – Variations de la durée du jour (en millisec.) à différentes échelles de temps. Haut : après 1960, la densification vient de l'apport des horloges atomiques (TAI : 1.1.1967) ; les croix représentent les var. du moment angulaire dues au noyau (couples électromagnétiques). Milieu : observations VLBI filtrées des termes saisonniers dûs aux transports de masses dans l'atmosphère ; la courbe en gras montre l'effet de la séquence El Niño–La Niña. Bas : dUT1 (en  $\mu$ sec) à 1 heure, et une prédition de var. de moment angulaire d'origine océanique.

Géophysique :

- interactions Terre-Soleil
- circulation atmosphérique globale
- tectonique et mouvements verticaux
- potentiel terrestre
- géophysique interne, graine

Métrologie du temps :

- unification mondiale de l'heure (liaisons satellites)
- étude de techniques de transfert de temps (rôle du laser)
- projet d'ensemble d'horloges atomiques dans l'espace (ACES-PHARAO, GALILEO)
- seconde intercalaire dans l'UT

### 3.3.1 Notion de base

La maintenance du repère de référence céleste international (ICRS) repose sur le VLBI, les mêmes observations fournissant aussi une contribution fondamentale à la mesure de l'orientation de la Terre et à la maintenance du repère de référence terrestre.

L'orientation de la Terre est la liaison permanente (à 5 paramètres) entre les repères de référence terrestre et céleste :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{Inertiel}} = R(\text{précession}) R(\text{nutation}) R(\theta) R(x, y) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{Terre}} \quad (3.3)$$

Avec : précession =  $(\zeta_A, -\theta_A, z_A)$ , nutation =  $(\Delta\mu, \Delta\nu, \Delta\epsilon)$ ,  $(x, y)$  = pôle.

### 3.3.2 Mouvement du pôle

Le mouvement du pôle  $(x, y)$  caractérise la géophysique, donc la structure interne de la planète. Outre les questions de géodésie (positionnement et orbitographie), l'intérêt de l'observation longue (sur plusieurs décennies) réside dans l'apport de données précise aux modèles de la rotation de la Terre, afin de mieux comprendre les phénomènes en jeu y compris leurs couplages.

#### Chronologie

| date | commentaires                            |
|------|-----------------------------------------|
| 1765 | Euler                                   |
| 1834 | Laplace, Poinsot                        |
| 1891 | Chandler                                |
|      | Newcomb                                 |
| 1892 | Chandler                                |
| 1910 | CIO                                     |
|      | IPSM                                    |
| 1967 | BIH                                     |
| 1972 |                                         |
| 1978 | LAGEOS                                  |
| 1979 | LLR (laser Lune)                        |
| 1981 | VLBI                                    |
| 1982 | GPS (intégré en 1992, dans le BIH)      |
| 1984 | BTS84                                   |
| 1988 | IERS                                    |
|      | création (puis restructuration en 2001) |

TAB. 3.3 – Mouvement du pôle, historique.

Le mouvement du pôle moyen de rotation a pu être établi grâce aux mesures astrométriques, puis aux mesures VLBI et aux mesures de géodésie spatiale en générale, mesures filtrées des termes saisonniers et de la période de Chandler.

En 100 ans, il s'est déplacé vers l'ouest (70.7 deg. ouest) d'environ 0.5 arcsec (soit 15 m environ, à 4.2 mas/an)<sup>2</sup>.

L'exactitude globale, consistence entre les repères terrestre et céleste, est de 0.1 mas (soit 3 mm) et de  $0.2 \cdot 10^{-4}$  seconde (soit 9 mm), respectivement pour le pôle et UT1. Actuellement, l'apport de chaque technique spatiale, en terme de précision sur les paramètres  $(x, y, UT1)$  est le suivant :

| Technique       | x y      | UT1       | pôle céleste | commentaires                      |
|-----------------|----------|-----------|--------------|-----------------------------------|
| EOP (sol. IERS) | 0.1      | 0.2       | 0.3          | à 1 jour (solution C04)           |
| prédiction      | 1.6      | 6.0       | 0.3          | à 5 jours                         |
| id              | 10.      | 40.       | 0.3          | à 30 jours                        |
| id              | 30.      | 100.      | 0.3          | à 1 an                            |
| VLBI            | 0.1-0.15 | 0.05-0.15 |              | avec un biais de 0.33 mas sur $y$ |
| SLR             | 0.1-0.3  | 0.03-0.3  |              |                                   |
| GPS             | 0.03-0.1 | 0.02-0.2  |              | avec un biais de 0.19 mas sur $y$ |
| DORIS           | 0.8-1.7  |           |              | suivant le nbre de sat. utilisés  |

TAB. 3.4 – Mouvement du pôle, précision par technique (en mas et  $10^{-4}$  seconde). Le pôle céleste consiste en des appooints de nutation ( $d\psi, d\epsilon$ ). Une solution C02, à moyen terme et basée sur des points normaux, est donnée à 5 j sur la période 1962-2001 (rapport IERS, 2001).

La technique DORIS n'est pas encore dans l'IERS ; cependant, les calculs récents menés tant à CLS (CNES, Toulouse) qu'à l'IGN, montrent une très nette amélioration du positionnement (coordonnées des stations et pôle) avec 6 satellites, même sur une base hebdomadaire.

## 3.4 Réseaux (locaux, régionaux) et campagnes

### 3.4.1 Réseaux régionaux

#### RGP

Le réseau des stations GPS permanentes a été mis en place en 1998 par l'IGN. L'organisme gère 8 stations directement et traite les données de 39 stations en France et en Europe. Le RGP est à la fois un densification nationale du réseau européen EUREF, et un centre de calcul. Son utilisation scientifique est la suivante :

- suivi dynamique d'un référentiel terrestre (séries temporelles de positions),
- mesures de déformations à plusieurs échelles de temps,
- marégraphie,
- étude de l'atmosphère.

<sup>2</sup>Une seconde d'arc sur la Terre = 30 m ; 1 mas = 30 mm. Un dizième de milliseconde,  $10^{-4}$  s = 46 mm à l'équateur.

## REGAL

Le programme REGAL (REseau GPS permanent dans les ALpes) comporte environ 21 stations GPS permanentes (voir le site <http://kreiz.unice.fr/regal/>), pour des objectifs scientifiques essentiellement tournés vers la géophysique :

- déformations crustales sur les principales structures actives,
- déformation intra-continentale lente,
- troposphère,
- mouvements verticaux, surcharges, relations avec la gravité,
- comparaisons inter techniques, géodésie, référentiels.

## SONEL

C'est un Système d'Observations du Niveau des Eaux Littorales (SHOM et IGN), qui s'appuie sur la marégraphie et les techniques de géodésie spatiale (pour le positionnement). Il y a d'une part le réseau RONIM du SHOM, avec des marégraphes numériques et automatiques, et d'autre part le réseau ROSAME du LEGOS (hémisphère sud, Antarctique). Deux types de stations d'observation sont distinguées suivant l'objectif scientifique premier :

- des stations axées sur l'évolution à long terme du niveau des mers. Il s'agit de marégraphes ayant une longue histoire d'enregistrement du niveau de la mer. La géodésie spatiale fournit, en l'espace de 10-20 ans, des vitesses verticales avec une précision d'au moins le mm/an grâce à une surveillance continue.
- des stations orientées vers l'étude de la variabilité du niveau de la mer et la comparaison avec l'altimétrie spatiale. Elles requièrent des marégraphes modernes – acquisition et échange des données – et dès instruments de géodésie spatiale, en fonctionnement permanent durant les missions d'altimétrie spatiale (filière JASON).

### 3.4.2 Campagnes

Les observations par campagnes sont le mode opératoire classique d'acquisition de données pour une grande variété d'objets scientifiques, tant géodésiques que liés à l'océanographie ou la géophysique.

## Gravimétrie

La communauté gravimétrique française a acquis en 1996 un gravimètre absolu portable (modèle FG5 de Micro-g Solutions Inc., Colorado, USA ; 500 kg en tout). L'instrument est un gravimètre balistique dont la précision atteint  $1\mu\text{Gal}$ , soit  $10^{-9} g$ . Les objectifs scientifiques dans lesquels interviennent les mesures du gravimètre absolu sont variés :

- étude des variations temporelles de la gravité (mouvements verticaux, transferts de masses),
- développement de réseau de base (dont le réseau mondial IAGBN),

- étalonnage de gravimètres relatifs.

### GPS et atmosphère

Les observations par campagnes GPS sont essentiellement liées à des objets scientifiques comme : la tectonique, les glissements de terrain, la sismologie, la volcanologie, la glaciologie, etc, sans oublier les mesures d'humidité de la troposphère et les mesures de contenu électronique de la ionosphère.

Par exemple, les campagnes 1998 et 1999 de surcharges océaniques menées en Bretagne : étude de la flexion de la croûte sous le poids des marées océaniques, qui atteint 20 cm pic à pic (soit 40  $\mu$ Gals).

Les récepteurs GPS ont été utilisés en réseau serré, pendant quelques jours. Mais le rapport signal/bruit du seul signal géométrique disponible (GPS, donc) était faible.

### CAL/VAL

L'étalonnage des altimètres spatiaux a été réalisé dans le passé par la télémétrie laser (de 1978 avec Seasat (Bermudes) à 1991 avec ERS-1 (Venise), puis en 1992 avec TOPEX/Poseidon (Lampedusa)).

Avec la mise à disposition de la station laser ultra mobile française, un site d'étalonnage absolu a été développé depuis 1998 en Corse, dans l'objectif de JASON-1.

La campagne d'étalonnage a été réalisée en 2002, à la fois sur la base navale d'Aspretto avec la station laser mobile (300 kg), et sur le site du Cap de Senetosa avec les marégraphes et points GPS disposés sous la trace num. 85 de T/P-JASON-1.

A Aspretto, site principal à 2 km d'Ajaccio, ont été installés :

- un GPS permanent (IGN),
- un marégraphe permanent (mesure permanente par ultra-son) (SHOM),
- la station laser (FTLRS, OCA) pendant 9 mois en 2002, avec des tirs sur JASON-1 et autres satellites laser géodésiques (pour le positionnement).

Depuis quelques années, la technique de bouée-GPS, bouée qui est déployée lors de chaque passage du satellite, juste à l'endroit de sa trace au sol, s'est développée. Aussi, à Senetosa, site secondaire à 40 km au sud d'Ajaccio, on a installé :

- deux marégraphes immergés de part et d'autre de la trace montante T/P, mis en place par le CNES-projet JASON, l'IGN, et l'OCA en avril-mai 1998,
- un point fondamental GPS au niveau du phare de Senetosa, avec des rattachements GPS et nivelllements classiques pour les marégraphes,
- un relevé par bouée-GPS des hauteurs de mer dans la baie de Senetosa tous les 10 jours, y compris un rattachement de niveau de la mer avec les marégraphes.



## Chapitre 4

# Champ de gravité

La connaissance de l'ensemble du champ de pesanteur terrestre est strictement nécessaire à la géodésie. En outre, à la partie dite statique ou fixe du champ s'ajoute une partie variable dépendant du temps.

L'amélioration de la connaissance du champ a, peu à peu, permis des applications de plus en plus pertinentes en sciences de la Terre. La géodésie est ainsi devenue connexe à la géophysique, la géologie-géomorphologie, l'hydrologie, l'océanographie, les sciences de l'atmosphère.

→ En particulier, la géodynamique est l'étude des propriétés dynamiques et mécaniques d'ensemble de la Terre et de la Lune, en tenant compte de l'interaction mutuelle des deux astres.

Par extension, l'étude de la géodynamique consiste en la compréhension des mécanismes de transport de masses à l'échelle du globe (y compris les marées), sur des échelles de temps de l'ordre de quelques minutes à 18.6 ans et plus.

Il existe une liaison étroite (plan conceptuel et pratique), directe-indirecte, entre le champ de gravité (y compris le  $GM$ ) et le repère de référence (qui lui est donc correspondant).

## 4.1 Théorie du potentiel, rappels

### 4.1.1 Loi de la gravitation universelle

Rappelons l'énoncé de la loi de la gravitation universelle, donnée pour la première fois en 1687 par Newton, dans les *Principia Mathematica* : “étant donnés deux points matériels,  $S$  de masse  $m$  et  $C$  de masse  $m'$ , situés à la distance  $r$  l'un de l'autre, le point  $S$  est soumis à une force  $\vec{F}$  portée par  $CS$ , dirigée de  $S$  vers  $C$ , et dont la grandeur est” :

$$\boxed{||\vec{F}|| = \frac{Gmm'}{r^2}} \quad (4.1)$$

$G$  est la constante de la gravitation universelle.

Bien entendu, en vertu du principe de l'action et de la réaction, le point  $C$  est soumis à une force égale et de sens contraire. Dans la pratique, le cas de l'étude du mouvement d'un corps autour d'un corps central, l'une des deux masses est prépondérante,  $m \ll m'$ , et la force sur  $C$  créée par la masse  $m$  est, la plupart du temps, négligée. On pose :

$$\mu = Gm'$$

Les composantes de la force exercée par  $C$  sur le point  $S$  (de coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ ) sont :

$$\vec{F} \left| \begin{array}{l} -\frac{\mu mx}{r^3} \\ -\frac{\mu my}{r^3} \\ -\frac{\mu mz}{r^3} \end{array} \right.$$

La fonction de force (ou *potentiel*) associée à  $\vec{F}$ , définie sans signe 'moins', est :

$$U = \frac{\mu m}{r} \quad (4.2)$$

car

$$\vec{F} \left| \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial x} \\ \frac{\partial U}{\partial y} \\ \frac{\partial U}{\partial z} \end{array} \right.$$

#### 4.1.2 Potentiel créé par une répartition de masse

##### Densité surfacique

Le potentiel créé en un point par un ensemble fini de points matériels est égal à la somme des potentiels créés par chacun d'eux.

On considère une portion de surface  $\Sigma$ , sur laquelle la position d'un point  $P$  est rapportée aux coordonnées curvilignes  $u$  et  $v$ . La densité de matière est  $\delta(u, v)$ , de telle sorte que la masse d'une petite portion de surface autour de  $P$  soit  $dm = \delta(u, v) dudv$ . Le potentiel créé en  $S$  par l'ensemble des points de  $\Sigma$  sera :

$$U = \iint_{\Sigma} \frac{G \delta(u, v)}{\rho} dudv \quad (4.3)$$

où  $\rho$  désigne la distance entre le point  $M$  et le point  $P$ .

### Densité volumique

Considérons maintenant un système matériel de volume  $\mathcal{V}$ .  $P$  de coordonnées rectangulaires  $x_P, y_P, z_P$  étant un point de ce système, on désigne par  $\delta(x_P, y_P, z_P)$  la densité en ce point. Le potentiel créé en  $S$  par l'ensemble des points du volume sera :

$$U = \iiint_{\mathcal{V}} \frac{G\delta(x_P, y_P, z_P)}{\rho} dx_P dy_P dz_P \quad (4.4)$$

#### 4.1.3 Potentiel intérieur

Sauf mention explicite du contraire, on se place maintenant toujours dans le cas d'une distribution volumique de masse de volume  $\mathcal{V}$ .

### Equation de Laplace

Supposons que le point  $S$  soit à l'extérieur du corps, c'est-à-dire que  $\rho$  ne peut pas s'annuler quand  $P$  décrit le volume  $\mathcal{V}$ . La fonction  $1/\rho$  est alors continue et admet des dérivées premières et secondes continues. Puisque :

$$\rho = \sqrt{(x - x_P)^2 + (y - y_P)^2 + (z - z_P)^2}$$

on peut calculer les dérivées partielles par rapport aux variables  $(x, y, z)$ , et on peut alors montrer qu'en un point extérieur au volume  $\mathcal{V}$ , le potentiel (4.4) vérifie l'équation de Laplace [Morando, 1974] :

$$\Delta U = 0 \quad \text{soit : } \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \quad (4.5)$$

La forme générale de la solution de l'équation de Laplace (les équations sont linéaires) aboutit aux polynômes harmoniques et fonctions harmoniques sphériques.

Selon la formule d'Al Kashi appliquée dans le triangle  $CPS$ , il vient :

$$\rho^2 = r_P^2 + r^2 - 2rr_P \cos \psi \quad \text{soit : } \frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} \left( 1 - 2\frac{r_P}{r} \cos \psi + \frac{r_P^2}{r^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

Ceci est développable en série entière de  $r_P/r$ , convergente pour  $r_P < r$ . La démonstration (Deleflie, 2003) aboutit aux polynômes  $P_n$  en  $\cos \psi$ , qui sont les polynômes de Legendre. A l'aide du formalisme introduit précédemment, notamment (4.4) et avec le développement de  $1/\rho$ , on peut écrire, avec  $dm = \delta dx_P dy_P dz_P$  :

$$U = \frac{G}{r} \iiint_{\mathcal{V}} \left( 1 + \sum_{n \geq 1} \left( \frac{r_P}{r} \right)^n P_n(\cos \psi) \right) dm = U_0 + \sum_{n \geq 1} U_n \quad (4.6)$$

### Expression générale du champ

La formule d'addition des polynômes de Legendre, qui développe l'expression  $P_n(\cos \psi)$ , montre qu'il y aura deux sortes de termes lors du calcul explicite de l'intégrale triple de la formule (4.6) :

- ceux qui ne dépendent pas de la longitude : les harmoniques zonaux,
- ceux qui en dépendent : les harmoniques tesséraux.

On aboutit à la formulation synthétique suivante :

$$U(r, \lambda, \varphi) = \frac{\mu}{r} \left( 1 + \sum_{n \geq 1} \sum_{m=0}^n \left( \frac{R_0}{r} \right)^n P_{n,m}(\sin \varphi) (C_{n,m} \cos m\lambda + S_{n,m} \sin m\lambda) \right) \quad (4.7)$$

Avec :

- $r$  est la distance entre le centre de la planète et le corps en mouvement considéré,  $\lambda$  est la longitude, et  $\varphi$  sa latitude (figuree ??),
- on a  $\mu = GM$  où  $G$  est la constante de la gravitation universelle et  $M$  la masse de la planète,
- $n$  est appelé le *degré* du développement,
- $m$  son *ordre*.
- $R_0$  est le rayon équatorial de l'ellipsoïde conventionnel de référence,
- le modèle du champ de gravité est caractérisé par les coefficients (sans dimension)  $C_{n,m}$  et  $S_{n,m}$ ,
- le terme  $\mu/r$  est le potentiel newtonien qui mène à la définition du mouvement keplerien.

#### 4.1.4 Résolution

| Degré x Ordre | Résolution |      | Nombre de coefficients $C_{n,m}$ et $S_{n,m}$ |
|---------------|------------|------|-----------------------------------------------|
|               | deg.       | km   |                                               |
| 12x12         | 15         | 1660 | 165                                           |
| 36x36         | 5          | 555  | 1 365                                         |
| 50x50         | 3.6        | 400  | 2 597                                         |
| 180x180       | 1          | 111  | 32 757                                        |
| 360x360       | 0.5        | 55   | 130 317                                       |
| 720x720       | 0.25       | 28   | 519 837                                       |
| 1440x1440     | 0.125      | 14   | 2 076 477                                     |

TAB. 4.1 – Résolution du champ et modélisation en harmoniques sphériques.

La notion de longueur d'onde spatiale prend toute son importance lorsqu'on réalise un développement du champ de gravité en harmoniques sphériques (4.7)<sup>1</sup>. De manière intuitive, le champ doit être décrit d'autant plus finement que le degré  $n$  du développement est élevé.

<sup>1</sup>Un développement en harmoniques sphériques dans l'espace est en quelque sorte l'analogie d'un développement en série de Fourier dans le plan.

On définit la résolution spatiale  $D$  (exprimée en kilomètres) par (voir la Table 4.1) :

$$D = \frac{20000}{n}$$

## 4.2 Grandes longueurs d'ondes : les bas degrés

### 4.2.1 Degré zéro : le facteur $GM = \mu$

Il est immédiat que :

$$U_0 = \frac{G}{r} \iiint_{\mathcal{V}} dm$$

i.e.

$$U_0 = \frac{\mu}{r}$$

(4.8)

A partir de 1960, l'ère spatiale a fourni (et fournit encore) :

- la valeur de  $Gm'$  (Lune) à partir des sondes en orbite lunaire,
- la valeur de  $Gm$  (Terre) à partir des satellites artificiels (dont les cibles géodésiques LAGEOS),
- le rapport  $M/(m + m')$  à partir des observations au laser Lune,
- et des mesures radar sur les planètes.

Par exemple, le rapport  $m/m'$  passe de 81.30 en 1964 à 81.3007 (UAI) en 1976, puis à 81.30057 plus récemment ; de même le rapport  $M/(m + m')$  passe de 328912. en 1964 à 328900.559  $\pm 0.002$  aujourd'hui.

La détermination de la masse de la Terre via une expérience du type (Terre+Lune)–Lune reste peu précise. Citons plutôt (Mignard, 2002) :

- les expériences terrestres de mesures de gravité (modèle lié aux paramètres de l'ellipsoïde, et/ou mesures de  $G$ ) qui ont fourni la valeur de  $Gm = 398601.10^9 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$  dès 1960,
- les expériences spatiales avec les satellites géodésiques (LAGEOS) qui ont fourni et fourni les valeurs les plus précises pour  $Gm$  : de 398600.44 dès 1979 (trois ans après le lancement de LAGEOS) à 398600.4419  $\pm 0.0002$  en 1998.

### 4.2.2 Degré un : l'origine

Au degré un, d'après les formules des polynômes de Legendre,  $P_1(x) = x$ . D'où :

$$U_1 = \frac{G}{r} \iiint_{\mathcal{V}} \frac{r_P}{r} \cos \psi dm$$

Or :  $\cos \psi = \frac{xx_P + yy_P + zz_P}{rr_P}$  (voir figure ??) :

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{G}{r^3} \iiint_V (xx_P + yy_P + zz_P) dm \\ &= \frac{G}{r^3} \left( x \iiint_V x_P dm + y \iiint_V y_P dm + z \iiint_V z_P dm \right) \end{aligned}$$

Ainsi, en prenant l'origine du repère de la figure ?? au centre de gravité de la planète (centre de masse), les 3 intégrales précédentes sont nulles, et on a :

$$U_1 = 0$$

(4.9)

Dans le cas où le centre du repère choisi n'est pas le centre de masse du corps central (noté  $CdM$ ), ou qu'il ne peut pas être réalisé avec une précision comparable à celle des mesures, cela entraîne  $U_1 \neq 0$ .

Il faut alors définir les grandeurs  $C_{1,0}$ ,  $C_{1,1}$ ,  $S_{1,1}$ , grandeurs qui n'interviennent pas dans le développement général que nous allons établir dans la prochaine section ; ces grandeurs sont reliées directement aux coordonnées du centre de gravité par :

$$\begin{cases} R_0 C_{1,1} = x_{CdM} \\ R_0 S_{1,1} = y_{CdM} \\ R_0 C_{1,0} = z_{CdM} \end{cases}$$

#### 4.2.3 Degré deux : l'aplatissement dynamique $J_2$

Au degré deux, on a :

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{G}{r} \iiint_V \left( \frac{r_P}{r} \right)^2 \left( \frac{3}{2} \cos \psi^2 - \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{G}{r^3} \iiint_V \left( \frac{3(xx_P + yy_P + zz_P)^2}{2r^2} - \frac{1}{2} r_P^2 \right) dm \quad \text{avec : } r_P^2 = x_P^2 + y_P^2 + z_P^2 \end{aligned}$$

De même que pour le choix de l'origine du repère de la décomposition du champ, on peut choisir pour axes de figure les axes principaux d'inertie de la planète. On a alors :  $\int x_P y_P dm = \int y_P z_P dm = \int z_P x_P dm = 0$ . On définit maintenant les moments principaux d'inertie  $A, B, C$  :

$$\begin{aligned} A &= \iiint_V (y_P^2 + z_P^2) dm \\ B &= \iiint_V (z_P^2 + x_P^2) dm \\ C &= \iiint_V (x_P^2 + y_P^2) dm \\ I &= \iiint_V r_P^2 dm \end{aligned}$$

Remarque importante :  $2I = A + B + C$ .

Si l'on admet que l'axe de rotation de la planète coïncide avec un des axes principaux d'inertie, on a donc pour les produits principaux d'inertie  $(D, E, F) : D = E = 0$ . Supposons de plus que l'on est dans le cas d'une symétrie de révolution, ce qui signifie  $A = B$  :

$$U_2 = \frac{G}{r^3}(C - A) \left( \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sin^2 \varphi \right)$$

En conclusion, dans le cas d'une symétrie de révolution, et avec les axes du repère de la décomposition du champ qui coïncident avec les axes principaux d'inertie de la planète, on a :

$$U_2 = -\frac{\mu}{r} \left( \frac{R_0}{r} \right)^2 J_2 P_2(\sin \varphi) \quad (4.10)$$

où  $R_0$  est une grandeur arbitraire, homogène à une distance, de telle manière que  $J_2$  soit un coefficient sans dimension. Dans la pratique,  $R_0$  est le rayon équatorial de la planète, et  $J_2$  caractérise son aplatissement dynamique. Enfin :

$$J_2 = -C_{2,0} = \frac{1}{R_0^2} \left( C - \frac{A+B}{2} \right) = \frac{1}{R_0^2} (C - A) \quad (\text{avec } A = B)$$

Ceci caractérise un sphéroïde de révolution, dit de référence (voir les équations de Clairaut).

Si la Terre se comportait comme un fluide en présence de ces forces dépendant de la latitude, sa forme, à l'équilibre, serait celle d'un ellipsoïde aplati. L'aplatissement observé est de fait proche de celui calculé pour un corps fluide, suggérant que la Terre se comporte essentiellement comme un fluide face à des forces agissant sur de longues périodes de temps.

#### 4.2.4 Grandeur utiles

Les valeurs des constantes de base de la géodésie sont fixées par l'AIG. Par exemple, en 1979 à Camberra, où l'on a adopté les constantes du modèle GRS80 ; celles-ci ont fourni les valeurs dérivées :  $W_0 = 62636856.85 m^2.s^{-2}$  et  $g_e = 9.780327 m.s^{-2}$  à l'équateur.

| constantes de base (IERS, 1996)         |            | val.                | unités               |
|-----------------------------------------|------------|---------------------|----------------------|
| demi-grand ax de l'ellipsoïde           | $R_0$      | 6378136.49          | $m$                  |
| constante gravitationnelle géocentrique | $GM = \mu$ | 398600.4418         | $km^3.s^{-2}$        |
| aplatissement dynamique                 | $J_2$      | $1.0826359 10^{-3}$ |                      |
| vitesse de rotation moyenne             | $\omega$   | $72.92115 10^{-6}$  | $rad.s^{-1}$         |
| vitesse de la lumière                   | $c$        | 299792458           | $m.s^{-1}$           |
| gravitation                             | $G$        | $6.67259 10^{-11}$  | $m^3.s^{-2}.kg^{-1}$ |

TAB. 4.2 – Constantes de base en Géodésie (d'après les standards IERS).

## 4.3 Variations temporelles (géodynamique)

### 4.3.1 Géocentre

Le mouvement du géocentre est étudié depuis le milieu des années 90. C'est un phénomène de degré 1, au sens de ce chapitre. Le centre de masse de la Terre ne bouge pas. En revanche, notre repère de référence (celui dans lequel on détermine les orbites, de centre de masse sat. à centre de masse Terre) est posé sur la croûte (les stations de poursuite).

Les mouvements d'ensemble de ce repère sont dûs aux déplacements de masses des "géofluides", donc hors Terre solide.

Pour les redistributions globales de masses d'air et d'eau (continentales et océaniques) qui, à l'échelle annuelle, ont lieu dans les enveloppes de surface de la Terre, différentes climatologies existantes ont été utilisées (Crétaux, 2002). Elles sont associées à :

- effets de charge de la pression atmosphérique (ECMWF, NCEP),
- humidité dans les sols (climatologie de Huang et al., climatologie de Willmott et al.),
- couverture neigeuse (ISLSCP, Willmott et al.),
- eaux océaniques (données de hauteur de mer de l'altimètre T/P),
- sorties du modèle de circulation océanique globale (POCM).

| contributions climatiques           | Xg        | Yg        | Zg        |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|
| press. atm ECMWF                    | 0.36, 340 | 1.33, 1   | 0.75, 335 |
| press. atm NCEP                     | 0.37, 337 | 1.31, 1   | 0.84, 340 |
| eaux contin.-Huang et al, 1996      | 0.5, 99   | 1.1, 269  | 0.65, 349 |
| eaux contin.- Willmott et al, 1985  | 0.55, 85  | 0.36, 273 | 0.88, 111 |
| press. neige ISLSCP                 | 0.04, 120 | 0.1, 327  | 2.1, 34   |
| press. neige-Willmott et al, 1985   | 0.04, 88  | 0.1, 285  | 1.8, 60   |
| masse océan. OGCM                   | 1.1, 11   | 0.1, 333  | 0.2, 235  |
| masse océan. (T/P effet stérique    | 1.3, 356  | 1.5, 49   | 1.4, 365  |
| niveau moyen de la mer              | 0.3, 80   | 0.1, 80   | 0.35, 80  |
| Contribution totale : 1+3+5+7+9     | 1.59, 34  | 1.80, 326 | 3.11, 16  |
| Contribution totale : 1+3+5+8+9     | 1.66, 16  | 2.38, 3   | 4.65, 12  |
| Contrib. totale : Chen et al., 1999 | 2.38, 26  | 2, 365    | 4.1, 43   |
| géodésie spatiale                   |           |           |           |
| solution GRIM5                      | 2.3, 48   | 3.4, 300  | 7, 34     |
| solution laser L1+L2                | 2.08, 48  | 1.96, 327 | 3.49, 43  |
| solution DORIS T/P                  | 1.73, 66  | 6.82, 285 | 3.08, 337 |
| solution laser T/P                  | 2.5, 59   | 5.7, 288  | 5.8, 15   |
| solution laser Chen et al., 1999    | 2.18, 60  | 3.2, 303  | 2.79, 46  |

TAB. 4.3 – Variations annuelles du mouvement du géocentre (amplitude en mm, phase en jour de l'année du signal maximum).

La partie supérieure du tableau 4.3 récapitule les effets de chaque contribution climatique en terme de mouvement du géocentre, dans les 3 directions, exprimé en amplitude et en phase pour les effets saisonniers.

La partie inférieure représente ces mêmes paramètres déterminés par les mesures de géodésie

spatiale. Les aspects importants qui ressortent de la partie supérieure du tableau sont les suivants :

- les contributions climatiques, l'océan dominent clairement le signal en X, les réservoirs d'eaux continentales dominent en Z, tandis que la pression atmosphérique et les réservoirs d'eaux se partagent le Y,
- il y a une grande variabilité selon les modèles pour les eaux continentales et les masses océaniques, tandis que les modèles d'atmosphère et de neige diffèrent assez peu,

Les contributions climatiques peuvent différer de façon importante (3 dernières lignes du tableau) comme par exemple l'amplitude en Z. Cela donne un ordre de grandeur de la confiance que l'on peut accorder à ces modèles en terme de géocentre.

C'est important car la seconde partie de l'étude qui consiste à comparer ces résultats avec ceux obtenus par la géodésie spatiale présentent aussi des différences de cet ordre de grandeur ou plus.

Cette étude devra indiquer aussi les évolutions à quelques mois, inter-annuelles voire à long terme du mouvement du géocentre.

### 4.3.2 Rebond post-glaciaire

D'après les équations du mouvement (éq. de Lagrange, voir chap. précédent), la dérive du noeud ascendant d'une orbite est directement proportionnelle à  $J_2$  (ou  $-C_{2,0}$ ) ou, plus précisément, à une combinaison linéaire des coefficients des harmoniques de degré pair. Par exemple et par satellite :

$$j_2^{\text{eff}}(L1) = \dot{J}_2 + 0.37 \dot{J}_4 + 0.08 \dot{J}_6 + \dots$$

$$j_2^{\text{eff}}(L2) = \dot{J}_2 + 0.07 \dot{J}_4 - 0.065 \dot{J}_6 + \dots$$

$$j_2^{\text{eff}}(\text{Star}) = \dot{J}_2 + 0.04 \dot{J}_4 - 0.56 \dot{J}_6 + \dots$$

Ainsi, toute variation linéaire des  $J_{2n}$ , dues à la Terre solide, engendre une variation parabolique du noeud d'une orbite. Précisons aussi, que c'est bien de la détermination de la position de ce noeud dont dépend l'estimation de dUT1 par les techniques spatiales ; d'où une nette corrélation.

Cette variation parabolique du noeud est très bien observable sur des arcs d'orbite longs, en particulier avec les satellites LAGEOS.

| solutions                       | val. ( $10^{-11}/\text{an}$ ) | commentaires      |
|---------------------------------|-------------------------------|-------------------|
| L1 (Yoder, 1983)                | $-3.0 \pm 1.$                 | période 1980-1983 |
| arc long L1+L2 (Deleflie, 2002) | $-2.7 \pm 0.1$                | période 1980-1996 |

TAB. 4.4 – Détermination de  $\dot{C}_{2,0}$  par analyse d'orbites (L1 et L2 : LAGEOS et LAGEOS-2).

Sur des arcs d'orbite courts, de quelques jours, la variation de l'aplatissement ne peut être perçue ; le calcul consiste alors à établir des séries temporelles des premiers coefficients  $J_{2n}$  (2, 4, et 6) en réitérant les calculs d'arcs courts (trait gras Fig. 4.1).

Le signal de degré 2 est principalement affecté par le phénomène de rebond post-glaciaire, de durée caractéristique 10 000 ans (Fig. 4.1). A cette variation séculaire s'ajoute néanmoins des variations périodiques, dont saisonnières, et des variations non périodiques mais parfois "un peu" reproductibles (inter-annuels).

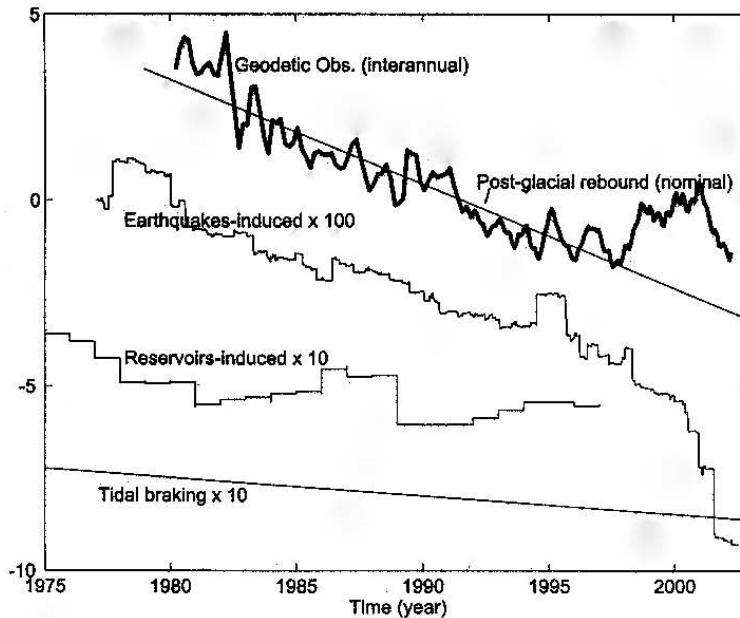


FIG. 4.1 – Processus géophysiques contribuant à la var. de l'aplatissement dynamique de la Terre.

### 4.3.3 Autres phénomènes de degré 2

Les variations périodiques et saisonnières sont dues principalement à l'Atmosphère, aux Océans, et à leurs interactions encore mal connues avec la Terre solide. Elles sont dues aussi, pour une plus faible part, à la variation de la répartition des eaux continentales, des couvertures neigeuses, des précipitations, etc..., ainsi qu'à la réponse de la Terre solide aux effets de marées luni-solaires.

Ces variations, dont les échelles de temps vont d'une fraction de jour à quelques décennies, sont principalement dominées par les saisons (plus petites périodes auxquelles nous nous intéressons ici), et sont de type maréal ou non.

Phénomènes périodiques : sur des périodes allant de 6 mois, 1 an, et jusqu'à 18.6 ans (période de révolution du noeud ascendant de la Lune). Ces marées, dont l'amplitude ne dépasse pas 2-3 cm et dont l'hypothèse d'équilibre<sup>2</sup> reste pour certaines à valider. Par exemple au degré 2, avec  $k'_2 = -0.3075$ , on a  $\delta J_2 = 12.15 \times 10^{-11}$  par cm de hauteur d'eau.

<sup>2</sup>Marée océanique globale pour laquelle on ne considère pas les continents.

Phénomènes non périodiques : les variations sont dues pour une large part aux transports de masses d'air dans l'atmosphère et, pour une plus faible part, aux redistributions des masses d'eau continentales (précipitations, ...) et océaniques (circulation) ; celles-ci, annuelles surtout et semi-annuelles, sont non exactement reproductibles dans le temps. Leur amplitude ne dépasse généralement pas  $10^{-9}$  pour la Terre.

Au-dessus des océans, les difficultés proviennent de ce que les champs de pression  $\Delta p$  sont plus ou moins compensés par une variation du niveau moyen de la mer (loi du baromètre inverse) et/ou une déformation de la lithosphère océanique (voir Gegout, 1995).

En outre, il se trouve que depuis quelques années l'amplitude des variations de la circulation océanique le long de l'équateur (El Nino, 1997) peut devenir très importante pendant plusieurs mois.

| origine            | ampl., phase                 | commentaires                                   |
|--------------------|------------------------------|------------------------------------------------|
| hydrologie         | 13.6, 244                    | annuel                                         |
| marée Sa           | 2.0, 268                     | " (équilibre)                                  |
| atmosphère         | 25.4, 203                    | " (non BI)                                     |
| atmosphère         | 14.1, 231                    | " (BI)                                         |
| sol. satellite(s)  | $22.9 \pm 4.$ , $207 \pm 10$ | sol. L1+L2+Starlette arc long (Exertier, 1999) |
| hydrologie         | 5.2, 272                     | semi-annuel                                    |
| marée SSa          | 15.0, 250                    | " (équilibre)                                  |
| atmosphère         | 2.7, 238                     | " (non BI)                                     |
| atmosphère         | 2.2, 208                     | " (BI)                                         |
| sol. satellite(s)  | $23.7 \pm 5.$ , $297 \pm 25$ | sol. L1+L2+Starlette arc long (Exertier, 1999) |
| marée 9.3 ans      | 0.03, 90                     | équilibre                                      |
| sol. satellite(s)  | $0.4 \pm 0.4$ , -50          | sol. L1+L2 arc long (Deleflie, 2002)           |
| marée 18.6 ans     | 1.0, 90                      | équilibre                                      |
| sol. satellite(s)  | $1.45 \pm 0.06$ , $77 \pm 5$ | sol. L1+L2 arc long (Deleflie, 2002)           |
| circulation océan. | ?                            | (El-Nino)                                      |

TAB. 4.5 – Détermination de termes de degré 2 (inclus dans  $C_{2,0}$ ) par analyse d'orbites (amplitude en cm et phase en deg.) d'après (Exertier, 1999).

## 4.4 Déterminations globales récentes

### Géoïde

Une description plus fine (degré supérieur à 6) de la forme de la Terre (de son champ de gravité) nécessite l'introduction de la notion de "géoïde", une surface de niveau privilégiée (du champ de pesanteur) : une surface équipotentielle de ce champ.

$W$  est le potentiel de gravité terrestre ( $W = U + C$ , où  $U$  est la partie due à la gravitation seule et  $C$  le potentiel centrifuge).

- Cette surface sur laquelle  $W$  est constant peut aussi être définie comme approximant le niveau moyen des océans, étant naturellement prolongée en zone continentale par sa définition mathématique.

Le potentiel centrifuge  $C$  est bien connu, et non responsable d'irrégularités autres que l'aplatissement du géoïde.

Les variations de  $U$  sont dues à des anomalies de distribution de masses dans la Terre.

Le géoïde s'écarte ainsi de l'ellipsoïde fluide idéal, présentant en quelque sorte des creux et des bosses par rapport à celui-ci, dont l'amplitude peut atteindre 100 m environ en certains endroits (Fig. 4.2).

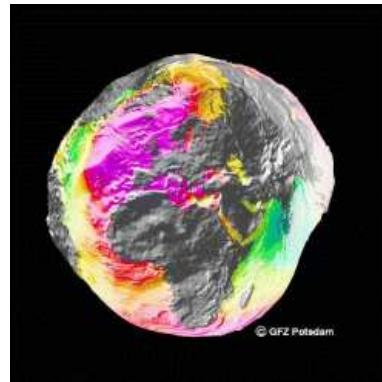


FIG. 4.2 – Géoïde (image GRGS/Toulouse).

## Discussion

La détermination du champ de gravité de la Terre, qui nécessite une large répartition spatio-temporelle de mesures, utilise les nombreuses observations de position et de vitesse acquises par les techniques spatiales de poursuite depuis plus de 20 ans sur plusieurs satellites artificiels.

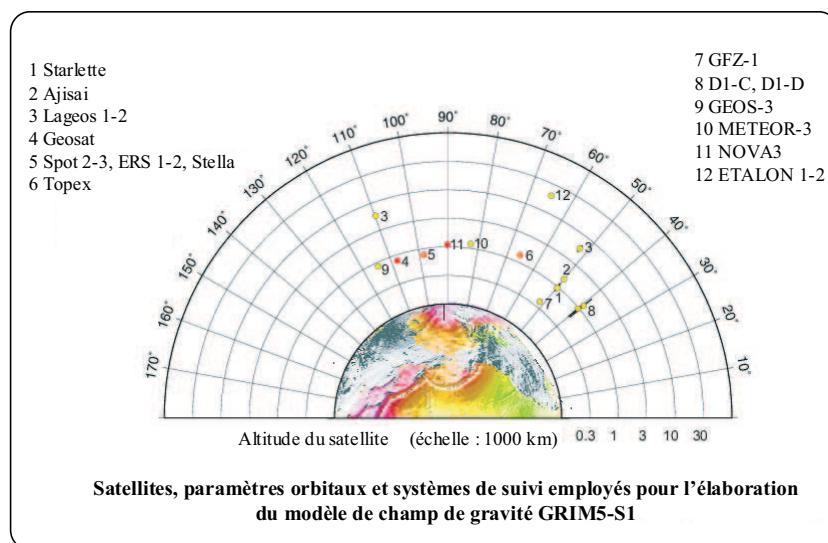


FIG. 4.3 – Trajectoires utilisées pour la détermination du champ à moyennes et grandes longueurs d'ondes (GRGS, projet GRIM).

Afin de déterminer les coefficients de la décomposition du champ en harmoniques sphériques, les analyses de plusieurs trajectoires doivent être cumulées. Pour atteindre une résolution spatiale de 800 km, il faut estimer environ 1000 coefficients. Ceux-ci sont extrêmement corrélés, et c'est la multiplicité des altitudes, des inclinaisons et des excentricités des trajectoires utilisées qui va permettre de les décorrélérer, en bonne partie (Fig. 4.3).

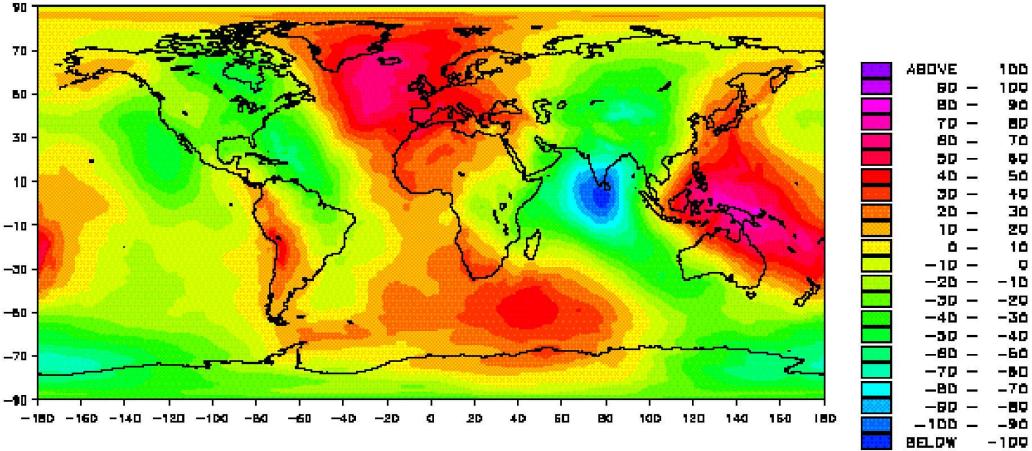


FIG. 4.4 – Champ de gravité à grandes longueurs d'ondes. Les données de LAGEOS apparaissent dominer l'information apportée sur la détermination des coefficients des harmoniques zonales de bas degré ( $J_n, n < 6$ ) : les grandes longueurs d'onde du champ.

Depuis la fin des années 70, le géoïde à grande longueur d'onde (Fig. 4.4) a été beaucoup amélioré par l'introduction dans les modèles globaux de plusieurs années de données de télémétrie laser acquises sur les satellites géodésiques.<sup>3</sup>

L'apport des données laser acquises sur les satellites Starlette, Stella, Ajisai, LAGEOS et LAGEOS-2 a été essentiel dans l'amélioration du modèle de champ de gravité de la Terre à grandes longueurs d'onde.

| modèle                       | deg.xord.          | commentaires                                                                                   |
|------------------------------|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| GRIM2                        |                    | 1975 (différences avec EGM : 4.26 m rms)                                                       |
| GRIM4 - S1<br>- S5           |                    | 1990<br>1995                                                                                   |
| JGM-3                        |                    | 1996 (USA avec DORIS)                                                                          |
| EGM96 (et -S)                |                    | (USA, (Lemoine et al., 1998))                                                                  |
| GRIM5 - S1 / C1              |                    | 1997 (différences avec EGM : 1.28 m rms)                                                       |
| GRIM5 - S2 / C2              | 92x92              | 1999, (Schwintzer et al., 1999)                                                                |
| EIGEN - S1 / C1<br>- S2 / C2 | 100x100<br>120x120 | 2000 (satellites géd. + 4 mois de données CHAMP)<br>2003 (idem, mais 7 mois de données accél.) |

TAB. 4.6 – Modèles récents (France-Allemagne, et USA) ; les solutions sont équivalentes pour les degrés 2 à 8, voire aussi 10 ; en terme de hauteur de géoïde les différences sont de l'ordre de 2 à 5 mm.

<sup>3</sup>Compte tenu d'une part de leur faible rapport surface sur masse qui réduit les effets des forces non gravitationnelles toujours difficiles à modéliser, et d'autre part de leur altitude qui atténue les effets mal connus des très courtes longueurs d'ondes du champ.

Des progrès importants ont été réalisés à la fin des années 80 dans la connaissance des grandes et moyennes longueurs d'onde du géoïde (Exertier, 1993), notamment pour répondre aux spécifications des missions d'océanographie spatiale de dernière génération, TOPEX/Poséidon (1992) et ERS (1991, puis 1995) : les erreurs du géoïde, typiques de la taille des bassins océaniques, ont été ramenées au niveau de quelques centimètres.

De ces progrès sur l'exactitude du modèle de champ de gravité global, sont d'ailleurs nées de nombreuses avancées sur la détermination d'orbite précise (pour JASON-1, etc.).

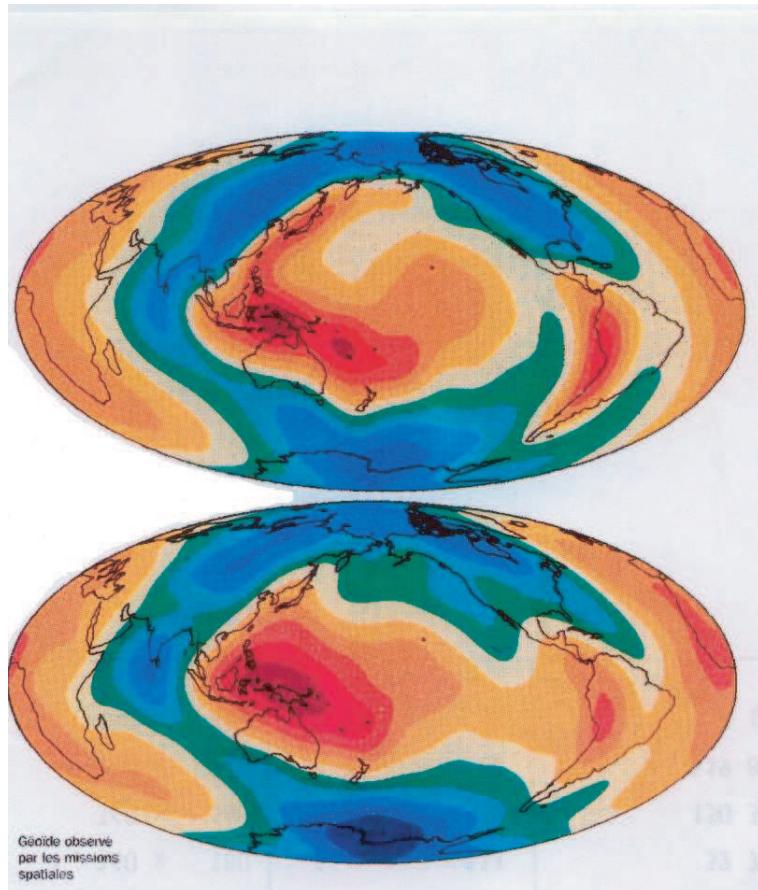


FIG. 4.5 – Géoïdes simulé (haut) et calculé par géodésie spatiale (bas), avec harmoniques de bas degré ( $n < 6$ ).

En outre, il faut noter que la détermination de la forme du géoïde à grande longueur d'onde est d'un grand intérêt en géophysique, notamment par les contraintes qu'elle apporte aux modèles d'évolution de la lithosphère terrestre. Dans ce domaine, les travaux récents sur la modélisation géophysique des déformations du géoïde induites par le flux de masse des lithosphères plongeant dans la manteau terrestre (Fig. 4.5), sont novateurs (Ricard, 1994 ; Thoraval et al., 1994 ; Cazenave and Thoraval, 1994).

## 4.5 Courtes longueurs d'ondes : les hauts degrés

### 4.5.1 Apport de l'altimétrie

Le programme scientifique le plus productif pour la détermination du champ à courtes longueurs d'onde est, pour le moment encore, l'altimétrie satellitaire. En effet, l'information de hauteur de mer sur tous les océans (72% de la surface terrestre) constitue un apport d'informations très important ; à comparer par exemple aux données in situ de type gravimétriques, déjà très nombreuses mais pas autant, même en zone océanique, mais assez inhomogènes.

En combinant ces données (avec également des données de type gravimétrique, donc), les modèles de champ ont beaucoup gagné en résolution, mais uniquement en zone océanique. C'était déjà le cas avec Geosat, en 1985, avec une précision de 0.20 m sur les données, améliorant les coefficients des harmoniques de degrés  $> 20$ . Ensuite, la mission ERS-1 (avec une répétitivité de 168 j, et 0.1 m de précision) a été aussi d'une grande contribution.

Par exemple, le modèle GRIM5-C1 a été choisi par l'ESA pour les calculs opérationnels des orbites du satellite ENVISAT.

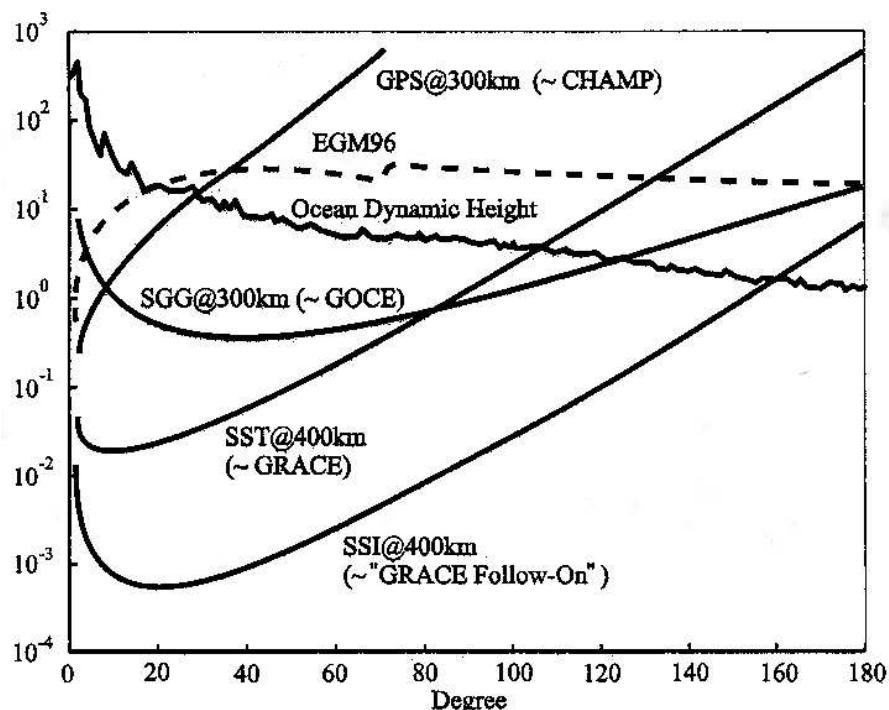


FIG. 4.6 – Résolutions possibles avec les nouvelles missions de champ de gravité.

En revanche, à l'inversion (pendant le calcul), les problèmes de stabilité numériques sont importants ; la convergence est lente avec un nombre croissant de coefficients.

En outre, la signification (physique) des coefficients de degrés élevés n'est pas évidente ; il faudrait encore faire des tests de comparaison pour un même modèle restituer avec quelques coefficients de plus ou de moins.

#### 4.5.2 Apport des missions CHAMP, GRACE, GOCE

L'apport des données de CHAMP se situent bien sûr au niveau de la résolution, qui a atteint à 500 km, soit le degré 40, une très bonne précision. Cependant, les modèles EIGEN n'améliorent que très partiellement les calculs d'orbites d'autres satellites que CHAMP et ENVISAT.

Les traitements sont cependant très coûteux en temps de calcul, ce qui est une caractéristique des orbites suivies par GPS. De plus, la haute résolution demande bien entendu d'inverser des matrices (de coefficients de champ) de plus en plus volumineuses.

Le but, à l'horizon 2008 avec GOCE, est de restituer un champ de gravité global avec une précision supérieure d'un à deux ordres de grandeur à celle des modèles actuels, y compris ce que l'on attend des modèles EIGEN ; et ce pour toutes les longueurs d'onde jusqu'à 100 km voire mieux.

L'orbite de GOCE sera de type "non-dynamique", réalisée à partir des données GPS essentiellement, avec la télémétrie laser pour la validation. On attend 1 million de points de mesure par jour, 2 ans de mission, dont 1 an pour le modèle complet.

### 4.6 Anomalies de gravité

Les valeurs mesurées de la pesanteur varient à la surface de la Terre, non seulement du fait de l'aplatissement, mais aussi en fonction de la distance au centre (d'après la loi de Newton) et à cause des irrégularités de densité.

- Ce sont ces dernières qui sont les plus intéressantes en géologie et en géophysique, et c'est pourquoi l'on ôte généralement l'effet des deux premiers facteurs de la pesanteur observée (appelées corrections à l'air libre et de Bouguer).

La différence entre la mesure de pesanteur corrigée et la valeur théorique de la pesanteur produite par une Terre ellipsoïdale idéale tournant exactement comme la Terre réelle, est appelée anomalie de gravité (les composantes centrifuges, identiques, s'éliminent par soustraction). Les géodésiens expriment les anomalies en milligals ( $1 \text{ mgal} = 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$ ). Sanso et Rummel (1999) dressent un tableau (Table XX) des précisions nécessaires, en termes de géodésie et de gravimétrie, aux études en sciences de la Terre.

- Les anomalies de gravité de courtes longueurs d'onde, ou s'étendant sur de petites régions reflètent des anomalies de densité plutôt proches de la surface.
- Les anomalies de grande étendue sont généralement l'indice d'anomalies plus profondes dans le manteau.

Ce fait est une conséquence directe de l'atténuation de la force gravitationnelle avec la distance.

Les anomalies de petite et moyenne étendue sont détectables facilement à l'aide de gravimètres, mais les anomalies globales, à l'échelle d'un pays, d'un continent ou d'un océan, sont beaucoup plus difficiles à appréhender de cette manière.

- Les mesures classiques, dites de terrain, prennent beaucoup de temps à cette échelle et peuvent être difficiles du point de vue accessibilité. De plus, on rencontre une réelle

|                                                                                                                         | Précision géoïde       | Précision gravité                                  | Résolution spatiale                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------|
| Circulation océanique<br>grande échelle<br>échelle des bassins                                                          | 2 cm<br>< 1 cm         |                                                    | 60 - 250 km<br>1000 km                 |
| Géodynamique<br>lithosphère continentale<br>composition du manteau<br>lithosphère océanique<br>processus de soulèvement |                        | 1-2 mgals<br>1-2 mgals<br>5-10 mgals<br>5-10 mgals | 50-400 km<br>100-5000 km<br>100-200 km |
| Géodésie<br>mouvements verticaux<br>structures inférieures des calottes<br>glaciaires<br>hauteur globale (mondiale)     | 2 cm<br>2 cm<br>< 5 cm | 1-5 mgals<br>1-5 mgals<br>1-5 mgals                | 100-200 km<br>50-100 km<br>50-100 km   |

TAB. 4.7 – Précisions nécessaires aux études en sciences de la Terre.

difficulté à séparer ces variations étendues de fluctuations à plus courte échelle, des dérives instrumentales.

De fait, ces dernières rendent presque impossible l'utilisation des gravimètres pour ce type de détermination, en particulier en mer.

Grâce aux résultats de la géodésie spatiale, complétés par les mesures au gravimètre, la gravité à la surface de la Terre est sans aucun doute la fonction la mieux connue en géophysique ; cependant, son interprétation se heurte à une difficulté majeure, car une anomalie donnée en surface peut être modélisée par un nombre infini de distributions de la densité.

Le problème géophysique est donc de faire la part des modèles plausibles et des improbables. Cette ambiguïté fondamentale peut être illustrée simplement par le cas de la gravité sur une sphère de rayon  $R$  et de masse  $M$  :

→ si toute la masse est condensée au centre de la sphère, la gravité est  $GM/R^2$ . De même, si cette masse est distribuée en une couche infiniment mince juste sous la surface, la gravité sera encore égale à  $GM/R^2$ . Et enfin, toute distribution à symétrie radiale, intermédiaire entre ces deux extrêmes, donnera la même valeur.

Par suite, les mesures de la gravité, à elles seules, sont insuffisantes et ne sont susceptibles d'une interprétation correcte qu'alliées à des observations d'autres quantités géophysiques et à des considérations d'ordre géologique.

En théorie, toutes les fonctionnelles du champ de gravitation sont équi-valentes pour la connaissance du champ lui-même, de ses dérivées, ou d'autres quantités plus complexes (ceci tient au caractère harmonique du potentiel gravitationnel). Elles sont en principe aussi équivalentes du point de vue de l'interprétation de ses variations.

– Par exemple, on peut faire usage aussi bien des anomalies de gravité (qui sont sensiblement égales à la dérivée radiale du potentiel) que de la forme du géoïde. Les amplitudes des creux et bosses de celui-ci sont proportionnelles aux variations de la fonction potentiel.

Dans la pratique, les anomalies de gravité ont la faculté de mieux représenter ces variations, celles de plus petite étendue étant amplifiées par rapport aux plus vastes (donc à plus grande

longueur d'onde). A contrario, les ondulations du géoïde traduisent l'intégrale des variations de la gravité et sont souvent plus lisses, moins aptes à se corréler avec la topographie, les accidents tectoniques.

# Bibliographie

- [1] Biancale R., G. Balmino, J.-M. Lemoine, J.-C. Marty, B. Moynot, F. Barlier, P. Exertier, O. Laurain, P. Gegout, *A new global Earth's gravity field model from satellite orbit perturbations : GRIM5-S1*, *Geophys. Res. Letters*, 27, 22, 3611-3614, 2000
- [2] Brouwer D., G.M. Clemence, *Methods of Celestial Mechanics*, Academic Press, 1961
- [3] Cazenave A., K. Feigl, *Formes et mouvements de la Terre. Satellites et géodésie*, CNRS Editions, 1994.
- [4] Chao B.F., and Au x.x., *Temporal variation of Earth's zonal gravitational field caused by atmospheric mass redistribution : 1980-1988*, *J. Geophys. Res.*, 96, 6569–6575, 1991
- [5] Exertier P., Geopotential From Space Techniques, *Cel. Mechanics*, 57, 137–153, 1993
- [6] Exertier P., G. Métris, Y. Boudon, F. Barlier, Long Term Evolution of Mean Orbital Elements of Artificial Satellites, *Geophys. Monog. - IUGG*, 82, Vol. 17, 103–108, 1994
- [7] Garmier R., J.-P. Barriot, *Ellipsoidal harmonic expansion of the gravitational potential : theory and application*, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 79, 4, 2001
- [8] Gegout P., and A. Cazenave, *Temporal variations of the Earth gravity field for 1985-1989 derived from Lageos*, *Geophys. J. Int.*, 114, 347–359, 1993
- [9] Kaula W.M., *Theory of satellite geodesy*, Blaisdell publ. Co., 1966
- [10] Laskar J., *Secular evolution of the solar system over 10 million years*, *Astron. and Astroph.*, 198, 341-362, 1988
- [11] Lemoine F.G., D. E. Smith, D. D. Rowlands, M. T. Zuber, G. A. Neumann, and D. S. Chinn, *An improved solution of the gravity field of Mars (GMM-2B) from Mars Global Surveyor*, *J. Geophys. Res.*, 106(E10), 23359-23376, 2001
- [12] Love A.E.H., *A Treatise on the mathematical theory of elasticity*, Cambridge University Press, 1927
- [13] P. Melchior, *The tides of the planet Earth*, Pergamon Press, 1978
- [14]
- [15] Morando B., *Mouvement d'un satellite artificiel de la Terre*, Gordon & Breach, 1974
- [16] Tapley, B.D., B.E. Schutz, R.J. Eanes, J.C. Ries, M.M. Watkins, *Lageos Laser Ranging Contributions to Geodynamics, Geodesy, and Orbital Dynamics*, *Geodynamics Series — Contribution of Space Geodesy to Geodynamics : Earth Dynamics*, 24, 147–174, 1993
- [17] P. GEGOUT. *De la variabilité de la rotation de la Terre et du champ de gravité, conséquente aux dynamiques de l'atmosphère et des océans*. PhD thesis, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 1995.
- [18] P. GEGOUT and A. CAZENAVE. Temporal variations of the earth gravity field for 1985-1989 derived from Lageos. *Geophys. J. Int.*, 114 :347–359, 1993.

- [19] P. GEGOUT and H. LEGROS. The response of non-global oceans to continental atmospheric loading, I. a model of non-global static ocean. *Geophys. J. Int.*, 1997. submitted.
- [20] J. B. MERRIAM. Atmospheric pressure and gravity. *Geophys. J. Int.*, 109 :488–500, 1992.
- [21] J. M. WAHR. The effects of the atmosphere and oceans on the Earth’s wobble and the seasonal variations in the length of day. ii. results. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 74 :4851–4872, 1983.
- [22] J. M. WAHR. Deformation induced by polar motion. *Journal of Geophysical Research*, 90(B11) :9363–9368, 1985.
- [23] Standish, E. M., Report of the IAU WGAS Sub-group on Numerical Standards, 1994