

## Principes du GPS

Marie-Noëlle Bouin  
IGN/LAREG

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 1

## Plan du cours

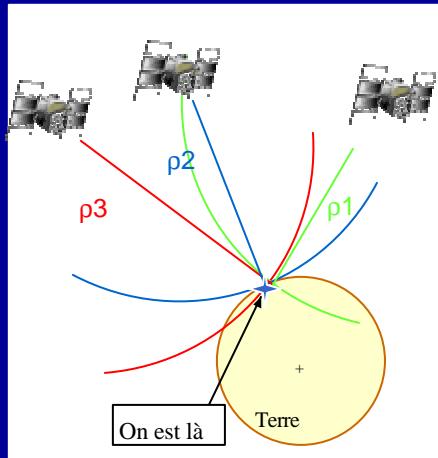
- GPS : principes généraux
- Les observables
- Les horloges (rappels de temps)
- Les principes mathématiques du traitement

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 2

## Principes des mesures GPS



- Mesures de distances entre les satellites et les stations (de temps de propagation de signaux Electro Magnétiques = EM). On considère que les orbites sont bien connues.
- 4 satellites car ambiguïté de temps

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 3

## Principes des mesures GPS(2)

- Constellation de 24 à 31 satellites
  - demi grand axe 26400 km (~20000 km de hauteur), période de 12h (temps sidéral).
  - Inclinaison de 55°
  - Excentricité très faible (<0.02)
  - 6 plans orbitaux, 4 à 5 satellites/plan
- Plusieurs types de satellites, de caractéristiques différentes (Block II/IIA, Block IIR)

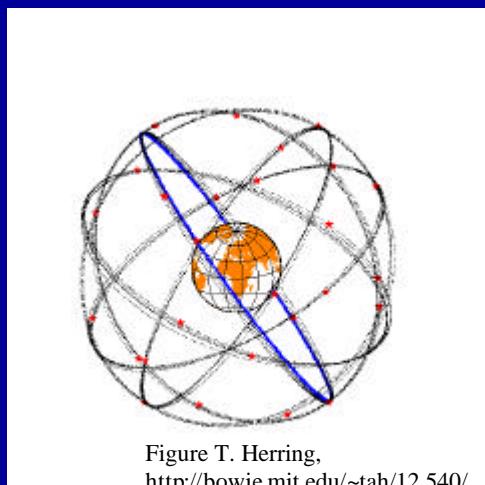


Figure T. Herring,  
<http://bowie.mit.edu/~tah/12.540/>

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 4

## Principes des mesures GPS(3)

- Dans un repère Terre fixée :

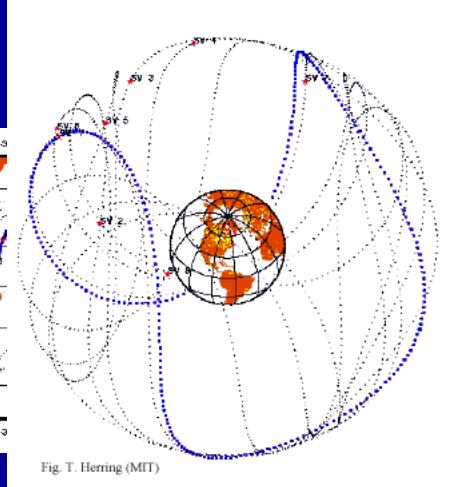
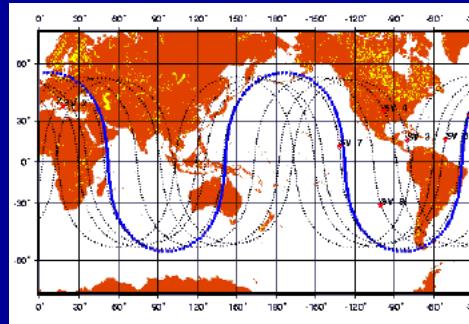


Fig. T. Herring (MIT)

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 5

## Principes des mesures GPS(4)

- Mesures de distances à travers la propagation de signaux EM.
  - Mesure de temps de signaux pulsés (en général réfléchis)
  - Maintenance du temps : précision de 1mm = 3ps
  - Temps stable pendant le « temps de vol » du signal = 3ms pour 1000 km
  - Stabilité requise :  $3\text{ps}/3\text{ms} = 10^{-9}$
  - Bruit de mesure proportionnel à la durée du pulse : pour 1mm, pulse équivalent à qq mm
  - Puissance élevée pour avoir un SNR du signal réfléchi suffisant.
- Méthode alternative : au lieu d'un pulse, signal continu et on mesure la différence de phase

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 6

## Principes des mesures GPS(5)

- La différence de phase apporte une information précise, mais il faut aussi avoir accès à la partie entière

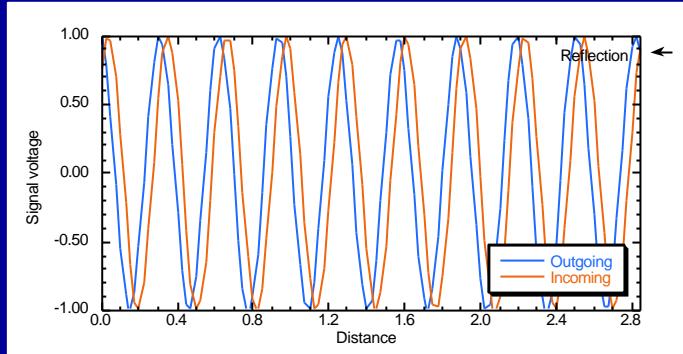


Figure T. Herring,  
<http://bowie.mit.edu/~tah/12.540/>

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 7

## Principes des mesures GPS(6)

- On peut écrire le signal EM émis par les satellites sous la forme

$$\vec{E}(t, \mathbf{x}) = E_o e^{-i(\mathbf{w}t - 2\mathbf{p}\mathbf{k} \cdot \mathbf{x})}$$

- $E$  est le champ électrique,  $t$  le temps,  $x$  la position, et  $k$  le vecteur d'onde (unité dans la direction de propagation, divisé par la longueur d'onde  $\lambda$ ,  $\omega$  la pulsation (fréquence en radians/s =  $2\pi f$ )

- Le voltage induit dans une antenne statique est

$$V(t) = G E_o e^{-i(\mathbf{w}t - 2\mathbf{p}\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_0)} = G E_o e^{i 2\mathbf{p}\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_0} e^{-i \mathbf{w}t}$$

- $G$  est le gain,  $2\pi k \cdot x_0$  la phase mesurée

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

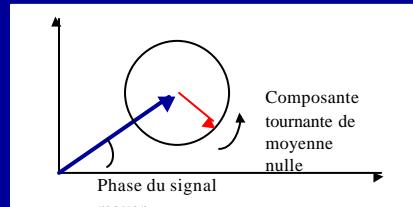
M-N Bouin 8

## Principes des mesures GPS(7)

- Pour obtenir la partie réelle du signal reçu, on le multiplie par un signal de même fréquence :

$$V(t)\cos(\omega t) = 1/2GE_0 \cos(2\mathbf{p}\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_0) + 1/2\cos(2\mathbf{p}\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_0 + 4pf_t)$$
$$V(t)\sin(\omega t) = 1/2GE_0 \sin(2\mathbf{p}\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_0) - 1/2\sin(2\mathbf{p}\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_0 + 4pf_t)$$

- La partie variable en  $2\pi k_0 x_0$  sera nulle en moyenne sur une période de mesure grande devant  $1/f$ , il reste donc la mesure de phase qu 'on peut représenter en diagramme de phase :



## Principes des mesures GPS(8)

- Accès à la partie entière du signal : pulses de repérage
- L'inconvénient des systèmes pulsés est qu'il faut espacer les pulses pour éviter de les confondre
- Le GPS est un système pulsé qui module par +1 et -1 (changement de phase de  $\pi$ ) pour éviter les temps morts
- La fréquence « nominale » du GPS est 10,23MHz (tous les signaux transmis sont des multiples de cette fréquence, calés sur une même fréquence de temps stabilisée)
- Signaux en fréquence
  - L1=154 X 10,23MHz=1575.42MHz, longueur d 'onde 19 cm
  - L2=120 X 10,23MHz = 1227.60 MHz, longueur d 'onde 24 cm

## Principes des mesures GPS(9)

- Ces signaux sont codés par des codes pseudo aléatoires, qui sont des suites de +1 et de -1, propres à chaque satellite (**PRN**= Pseudo Random Number)
- **Codes :**
  - C/A de fréquence 1,023 MHz (modulation lente) accessible à tous, sur L1 seulement. Le code C/A se répète toutes les ms. Longueur d 'onde 293,255 m
  - P de fréquence 10,23 MHz (10 fois plus rapide) accessible à tous, sur L1 et L2. Le code P se répète toutes les 37 semaines. Longueur d 'onde 29,325 m
  - Y, qui remplace P depuis 1994 (code antispoofing = AS), obtenu en multipliant P par un code à ~20 KHz (modulation très lente), **inconnu**. Ne se répète jamais
- Les signaux GPS sont les modulations des deux fréquences L1 et L2 par ces codes et par le message de navigation, D

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 11

## Principes des mesures GPS(10)

- Message de navigation, D, émis à 50 Hz, qui dure 12,5 minutes (25 phrases de 5 mots de 300 bits =  $25 * 5 * 300 / 50 = 750$  s). Cependant, chaque satellite diffuse toutes les 30s le message qui le concerne.
- Le message de navigation contient :
  - pour chaque satellite
    - Les corrections d 'horloges du satellite pour se ramener au temps GPS
    - Les éphémérides du satellite
    - une information sur son état de « santé »
  - des informations générales
    - informations de temps (semaine GPS)
    - un modèle mondial d 'ionosphère
    - La différence temps UTC/temps GPS

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 12

## Principes des mesures GPS(11)

- Les codes P et C/A sont émis en quadrature de phase (déphasage de 90°) afin de les distinguer. De plus, la puissance de P est la moitié de celle de C/A donc l'amplitude  $1/\sqrt{2}$  l'amplitude de C/A
- On peut donc écrire les signaux transmis sous la forme :

$$L_1(t) = A_p \times [P(t) \oplus D(t)] \times \cos(\mathbf{w}_1 t + \mathbf{f}) + 2A_p [C/A(t) \oplus D(t)] \times \sin(\mathbf{w}_1 t + \mathbf{f})$$

- pour L1 et pour L2, qui n'est pas modulé par C/A :

$$L_2(t) = A_p \times [P(t) \oplus D(t)] \times \cos(\mathbf{w}_2 t + \mathbf{f})$$

- de manière illustrée, ça donne....

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

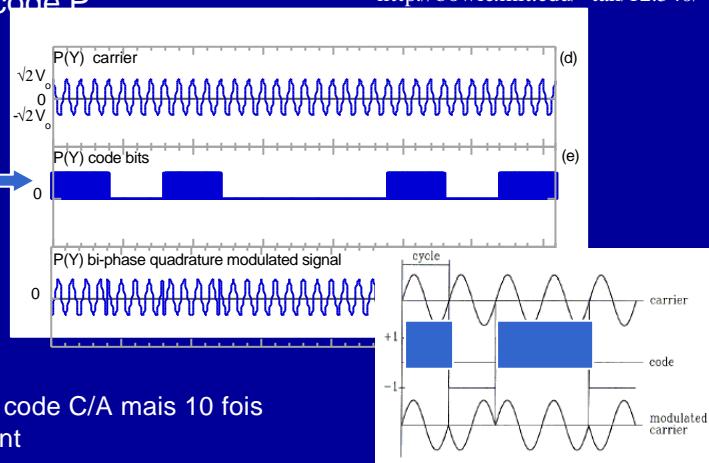
M-N Bouin 13

## Principes des mesures GPS(12)

Figure T. Herring,  
<http://bowie.mit.edu/~tah/12.540/>

- Pour le code P :

Chaque partie pleine correspond à un déphasage de  $\pi$



idem pour le code C/A mais 10 fois plus lentement

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 14

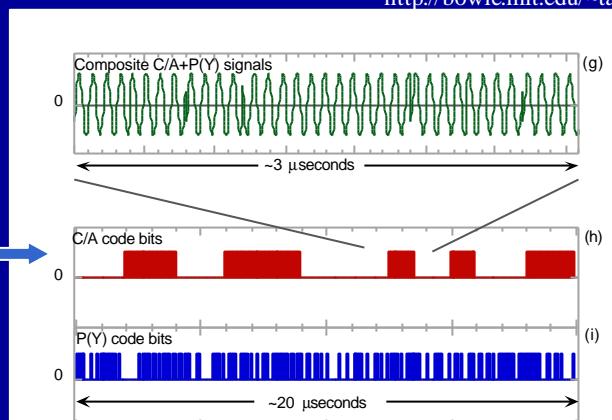
## Principes des mesures GPS(13)

- Si on ajoute code C/A et code P, on a des changements de phase correspondant au code C/A (lents) qui viennent se superposer à ceux du code P (rapides)

Figure T. Herring,  
<http://bowie.mit.edu/~tah/12.540/>

Chaque partie  
pleine  
correspond à  
un déphasage  
de  $\pi$

25-29 août 2003



15

## Acquisition des observations GPS

- Les récepteurs GPS mesurent le signal codé (par C/A + P sur la fréquence L1, par P seulement sur L2).
- Quand on cherche un signal, on n'a pas de repère sur les changements de code, mais :
  - C/A se répète toutes les ms : il suffit d'attendre 1 ms (en fait, plusieurs, car on a besoin de quelques éléments du message de navigation) pour avoir une réception de signal sur L1
  - Le message de navigation complet dure 12,5 minutes et permet d'avoir les éphémérides de tous les satellites, et d'un satellite accroché en 30s
  - Commence généralement par chercher un satellite, puis utilise son message pour chercher les autres (plusieurs à la fois si « multi channels »)
  - En pratique, il faut très souvent moins que ça : si la position est assez bonne au départ, les horloges aussi : qq minutes.
  - Si le récepteur est juste éteint puis rallumé (micro coupure ou reboot) : position, horloges et éphémérides sont bonnes : qq secondes.
  - Si position très fausse : durée complète du message de navigation + temps d'accrochage de tous les satellites.

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 16

## Les observables GPS

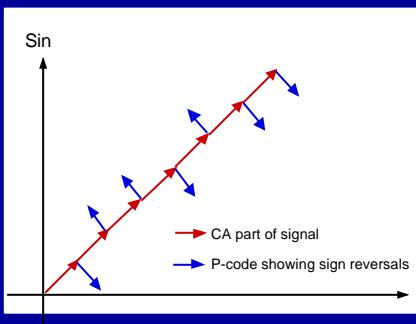
- Les récepteurs GPS mesurent le signal codé (par C/A + P sur la fréquence L1, par P seulement sur L2).
- Pour calculer un temps de trajet (donc une distance avec le satellite) ils comparent ces signaux reçus (émis en temps satellites) avec le même signal généré à l'intérieur du récepteur (en temps récepteur).
- Si on a le code C/A et le code P, et que l'AS n'est pas activé, tout va bien, on connaît tous les codes.
- Si l'AS est activé, on connaît toujours C/A et P, mais P a été remplacé par Y, inconnu. Comment faire ?
- Sur L1, pas trop de problèmes : on utilise le fait que C/A et Y sont décalés en phase de  $90^\circ$ , et que la fréquence de Y est 10 fois plus haute. Avec un diagramme de phase, on montre qu'en moyenne, C/A + Y se comportent comme C/A, que l'on connaît
- Sur L2 ?? Pas de C/A...

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

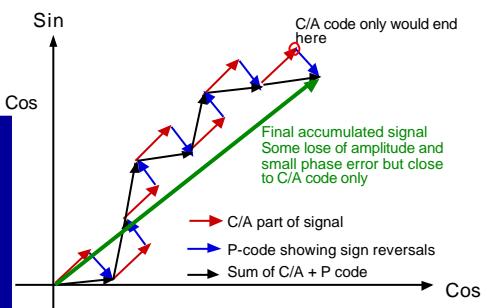
M-N Bouin 17

## Les observables GPS(2)



Figures T. Herring,  
<http://bowie.mit.edu/~tah/12.540/>

Si on somme tous les déphasages introduits par C/A et Y sur un temps assez long, on obtient qqch de très proche de C/A



25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 18

## Les observables GPS(3)

- Pour récupérer une mesure utilisable sur L2 en présence d 'AS, plusieurs stratégies :
  - **Récepteurs « codeless »** : on élève le signal L2 au carré : le décalage de phase de  $\pi$  disparaît mais la longueur d 'onde est divisée par 2, et on n 'a pas accès au code pour autant (besoin d 'info extérieure pour différencier les satellites).
 
$$y = A(t)\cos(\omega t + \xi)$$
 où le code  $A(t)$  consiste en 1 et -1  
 Si on élève  $y$  au carré :  

$$y^2 = \cos^2(\omega t + \xi)$$
  
 et  

$$y^2 = (1 + 0.5 * \cos(2\omega t + 2\xi))$$
  - **Récepteurs hybrides** (ou cross correlation) : on enlève C/A, qui est connu, de L1, et on fait une corrélation croisée de L1 avec L2 pour obtenir les différences de temps et de phase (on introduit du bruit)
  - **Récepteurs type « code Z »** : ashtech au départ, bcp d 'autres depuis : on connaît le code  $P$ , et on suppose que  $Y$  est une version de  $P$  modulée à  $\sim 20$  KHz. On corrèle le code  $P$  généré par le récepteur avec L2 pour récupérer les modulations (code  $W$ ). Ce code  $W$  enlevé, on peut comparer le code  $P$  reçu au code  $P$  généré.

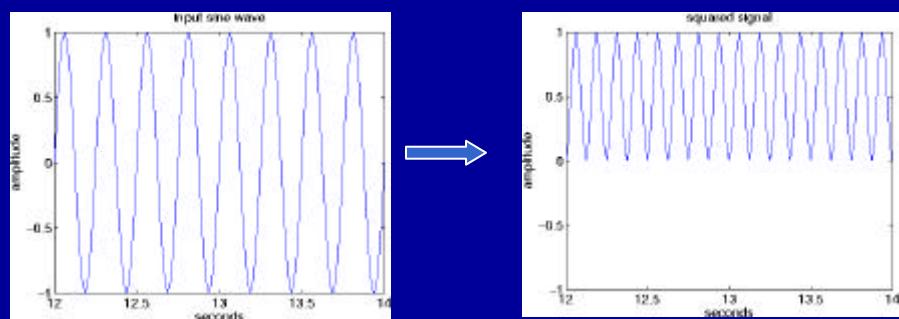
25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 19

## Les observables GPS(4)

- Dégradation du SNR des 3 techniques /code P
  - Codeless : -30 dB
  - Hybride : de -17 à -27 dB
  - code Z : -14 dB



25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 20

## Les observables GPS(5)

- Les mesures GPS phase + code sont appelées « pseudo-distances » : on mesure une différence entre le temps de transmission du signal (en temps satellite) et le temps de réception (en temps récepteur). Comme les horloges ne sont pas synchronisées...

$$P_j^i = (t_j - t^i) \cdot c$$

pour le satellite  $i$  et le récepteur  $j$ . On peut se rapporter à la distance exacte en introduisant des corrections d'horloges :

$$\begin{aligned} t_j &= t^i + \Delta t_j & t^i &= t^i + \Delta t^i \\ P_j^i &= [(t_j - t^i) + (\Delta t_j - \Delta t^i)]c \\ P_j^i &= \mathbf{r}_j^i + (\Delta t_j - \Delta t^i)c + I_j^i + A_j^i \end{aligned}$$

$\rho$  est la vraie distance, et  $I$  et  $A$  correspondent aux retards ionosphérique et atmosphérique

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

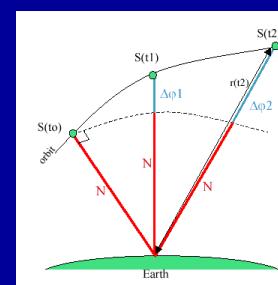
M-N Bouin 21

## Les observables GPS(6)

- Mesures de phases**
- La phase est une pulsation  $\omega$  ou une fréquence  $f$  que multiplie un intervalle de temps  $\Delta t$ . On obtient une distance en multipliant la phase par la longueur d'onde.

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_j^i(t_r) &= \mathbf{f}_j(t_r) - \mathbf{f}_j^i(t_e) + N_j^i(t_r) \\ \Phi_j^i(t_r) &= \mathbf{I} \mathbf{f}_j^i(t_r) = \Phi_j(t_r) - \Phi_j^i(t_e) + \mathbf{I} N_j^i(t_r) \end{aligned}$$

On a besoin de connaître la partie entière  $N$  pour obtenir la distance totale entre le satellite et la station



25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 22

## Les observables GPS(7)

- Bruits de mesure sur la pseudo distance :
  - Bruit dû à la corrélation :
  - les techniques de corrélation électronique des signaux émis et reçus permettent d'obtenir la position du pic avec une précision de 1% de la longueur d'onde
  - pour C/A,  $\lambda \sim 300$  m, on a une précision de 3m
  - pour P(Y),  $\lambda \sim 30$  m, on a une précision de 30 cm
  - Bruit thermique
  - Multitrajets
  - Bruit dû au récepteur : de 10 cm à plusieurs m pour les récepteurs de poche.
- Bruit de mesure sur la phase
  - Longueurs d'ondes de 19 et 24 cm, donc bruit de 1,9 et 2,4 mm.
  - Multitrajets, centre de phase d'antenne...

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 23

## Les observables GPS(8)

- Contenu des fichiers d'observations (rappel) :

```
2.00      OBSERVATION DATA      G (GPS)      RINEX VERSION / TYPE
teqc 1998Jul1  Thomas Herring 20020117 06:28:28UTC/PGM / RUN BY / DATE
Linux 2.0.30|PentPro|gcc|Linux|486/DX+           COMMENT
RTT 2 OF LLI FLAGS DATA COLLECTED UNDER A/S CONDITION   COMMENT
ETAB                                MARKER NAME
tah      MIT                      OBSERVER / AGENCY
7910      TRIMBLE 4000SSE      NP 7.19; SP 3.04  REC # / TYPE / VERS
7910      TRM2020.00+GP          ANT # / TYPE
-2225431.6719 -4676995.2141 3711599.9580  APPROX POSITION XYZ
1.0000      0.0000      0.0000  ANTENNA: DELTA H/E/N
1      1      L1      L2      C1      P2      P1      D1      D2  WAVELENGTH FACT L1/2
15.0000                                # / TYPES OF OBSERV
SNR is mapped to RINEX snr flag value [1-9]  INTERVAL
L1: 3 -> 1; 8 -> 5; 40 -> 9  COMMENT
L2: 1 -> 1; 5 -> 5; 60 -> 9  COMMENT
2002      1      16      18      49      15.000000  COMMENT
TIME OF FIRST OBS
END-OF-HEADER
```

- Type des observations: L1 L2 C1 P2 P1 D1 D2 S1 S2
- D1 et D2 sont des fréquences Doppler (facultatif), S1 et S2 des rapports signal/bruit (SNR, facultatif)

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 24

## Les observables GPS(9)

- Ici, L1, L2, C1, P2, D1, D2

```

2 1 16 18 49 15.0000000 0 6G 2G 7G11G26G27G28
 787986.44256   602246.12855  23296205.6024  23296215.6954
  -1344.9694    -1048.0284
 -2277471.81757 -1740781.13556  21398430.3444  21398436.5904
   2700.6094     2104.3714
 -1100283.16556 -822375.51955  23502290.7894  23502300.4844
   1062.9224     828.2514
 -1925082.16955 -1445658.56955  23293616.9844  23293626.4574
   2176.8284     1696.2304
 1016475.79056  786021.95356  21979554.0634  21979561.0984
  -1782.8124     -1389.2054
 -572573.66057 -446158.58357  20873925.7664  20873929.7624
   446.3594      347.8134
2 1 16 18 49 30.0000000 0 6G 2G 7G11G26G27G28

```

- C1, P1 et P2 sont les pseudo distances. Beaucoup de fichiers RINEX définissent approximativement les pseudo distances, par exemple :
  - P1 (code P sur L1) à la place de C1 (code C/A sur L1)
  - Les récepteurs hybrides mettent une observable P2, alors qu'il s'agit en réalité de C1 avec une corrélation croisée sur P2

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

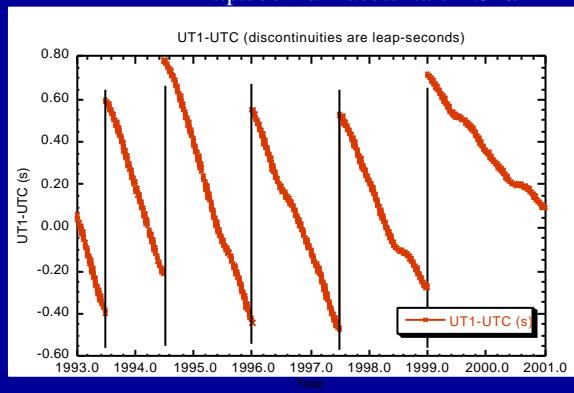
M-N Bouin 25

## Le temps GPS : rappels sur le temps

- UT1: Temps universel = temps solaire moyen (calé sur la rotation de la Terre = pôle instantané).

Figures T. Herring,  
<http://bowie.mit.edu/~tah/12.540/>

- UTC: Temps universel coordonné égal à TAI, à un nombre entier de secondes près. (TAI = Temps Atomique International) Réalisé par plusieurs horloges atomiques.
- La Terre ralentissant, on intercale des secondes supplémentaires pour que UTC reste proche de UT1:  $|\text{UTC}-\text{UT1}| < 0,9\text{s}$



25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 26

## Le temps GPS (2)

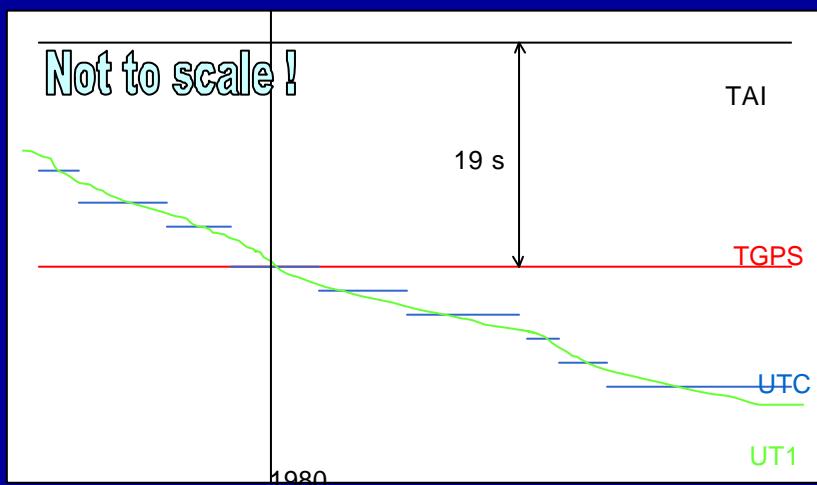
- Le temps GPS est calé sur TAI comme UTC, mais sans les sauts de secondes (il est donc continu...  $t_{GPS}=TAI-19s$ )
- Coïncidence entre  $t_{GPS}$  et UTC au 01/01/1980
- Le signal GPS est émis en temps récepteur.
- Il est reçu par la station environ 66 ms plus tard (=20 000 km) Pendant ce temps, le satellite s'est déplacé d'environ 66 m.
- La vitesse de déplacement du satellite est de  $\sim 1\text{ km/s}$ , une erreur d'horloge de 1ms va résulter en une erreur de 1m sur la position du satellite.
- Pour du positionnement en pseudo distance, une précision de 1 ms est suffisante. Pour la phase (1mm), on a besoin de 1  $\mu\text{s}$ .
- (1  $\mu\text{s} = \sim 300\text{ m}$ . Une précision de qq m sur la pseudo distance est suffisante).

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 27

## Le temps GPS (3)



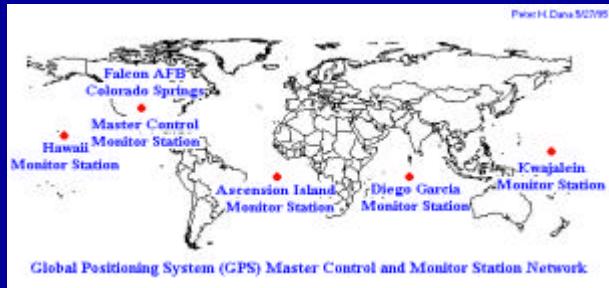
25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 28

## Les horloges GPS (satellites)

- Stabilité surveillée. Maser Rubidium/Césium, en fonction du Block  $\sim 10^{-12}$  à  $10^{-14}$   $\sim 1\text{ns/jour}$
- Synchronisation entre tous les satellites
- Le message de navigation contient des corrections d 'horloges / maser du segment de contrôle (idem fichiers sp3)



25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 29

## Les horloges GPS(satellites, 2)

- On peut modéliser la correction des horloges des satellites par (en s GPS) :
  - correction d 'horloge satellite =  $a_0 + a_1 \cdot (t - t_{oe}) + a_2 \cdot (t - t_{oe})^2$où  $t_{oe}$  est le temps de éphémérides (recalage)
- Pour un modèle valide, il faut (par exemple):
  - un biais ( $a_0$ ) de  $-0.651767477393D-04$  s.
  - une dérive d 'horloge ( $a_1$ ) de  $-0.216004991671D-11$  s/s
  - une dérive secondaire ( $a_2$ ) de  $0.000000000000D+00$  s/s<sup>2</sup> -  
-> modèle linéaire
  - $t_{oe} = 14400$

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 30

## Les horloges GPS(satellites, 3)

- Effets de la **relativité** : horloges plus rapides (38  $\mu$ s/jour  $\sim$ 11 km). Calées à 10,2299999543 MHz avant lancement.
- Effets de la relativité bis : la fréquence des horloges dépend de l'excentricité de l'orbite (vitesse) = 0,02, soit 47 ns = 14m

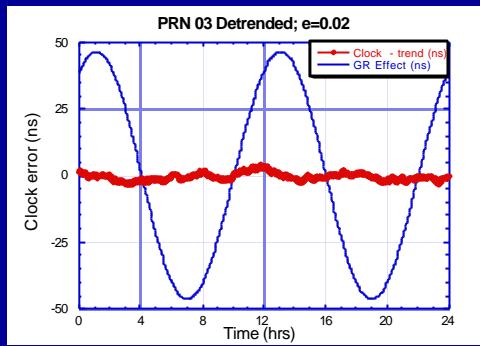
Effet de la courbure

$$\Delta t = \frac{2GM}{c^3} \ln\left(\frac{R_r + R_s + r}{R_r + R_s - r}\right)$$

Effet de l'excentricité

$$\Delta t = \frac{-\sqrt{GM}}{c^2} e \sqrt{a} \sin E$$

Figures T. Herring,



25-29 août 2003

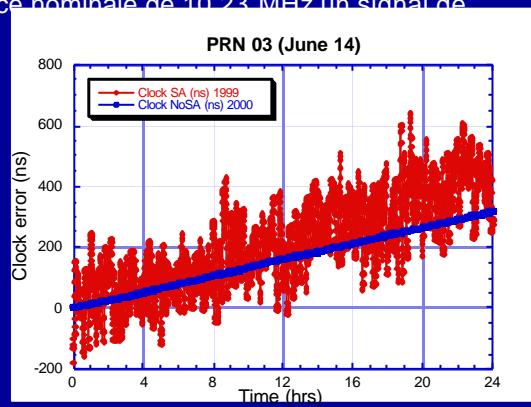
Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 31

## Les horloges GPS(satellites, 4)

- Accès sélectif (SA)
- Jusqu'en mai 2000, le Dpt de la Défense américain dégradait volontairement la stabilité des horloges des satellites : on ajoutait à la fréquence nominale de 10.23 MHz un signal de fréquence inconnue.

Dégradation du positionnement en temps réel, sans effet sur le temps différé.



25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 32

## Les horloges GPS (récepteurs)

- Horloges de récepteurs
- Trois classes d 'horloges GPS :
  - Horloges où l on autorise une dérive importante
  - Horloges alignées sur le temps GPS
  - Horloges qui dérivent / temps GPS, avec une certaine tolérance, et des recalages internes fréquents
- Seules les deux dernières catégories sont utilisées dans les récepteurs géodésiques
- Dans tous les cas, les stabilités d 'horloges récepteurs sont assez médiocres ( $10^{-5}$  à  $10^{-6}$ )

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

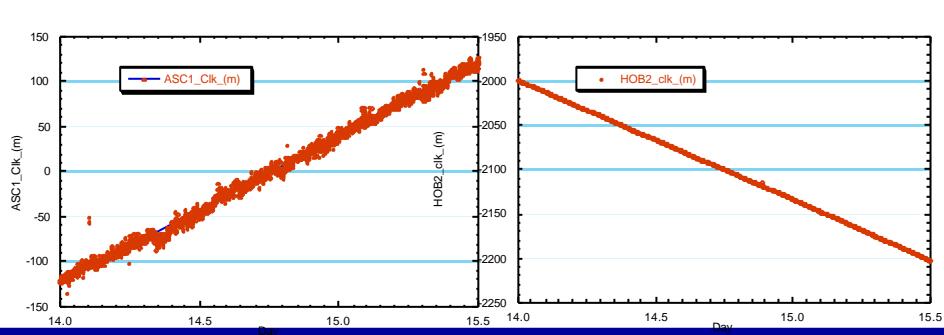
M-N Bouin 33

## Les horloges GPS (récepteurs, 2)

- Exemple des stations de ASC1 et HOB2 Figures T. Herring, <http://bowie.mit.edu/~tah/12.540/>

Oscillateur Rogue 8000 (interne)

Maser à Hydrogène (ref externe)



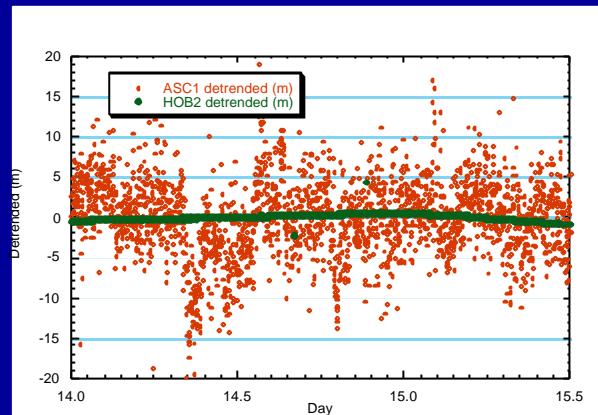
25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 34

## Les horloges GPS (récepteurs, 3)

- Comparaison des horloges des stations ASC1 et HOB2, une fois enlevée une cubique



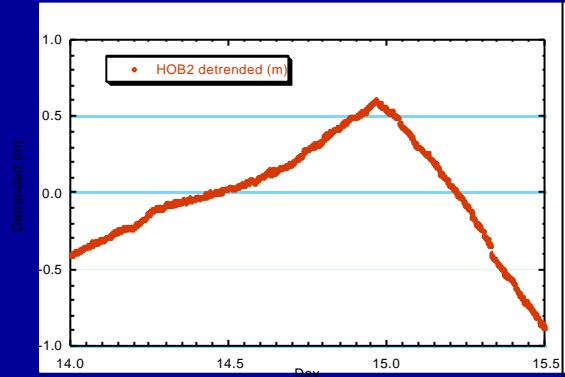
25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 35

## Les horloges GPS (récepteurs, 4)

- Les horloges sont parfois de suffisamment bonne qualité pour pouvoir être modélisées par des polynomes
- La plupart du temps : très bruitées, besoin d'une estimation du comportement époque par époque
- On peut avoir des erreurs d'horloges de qq ms = erreur de position de qq centaines de km



25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

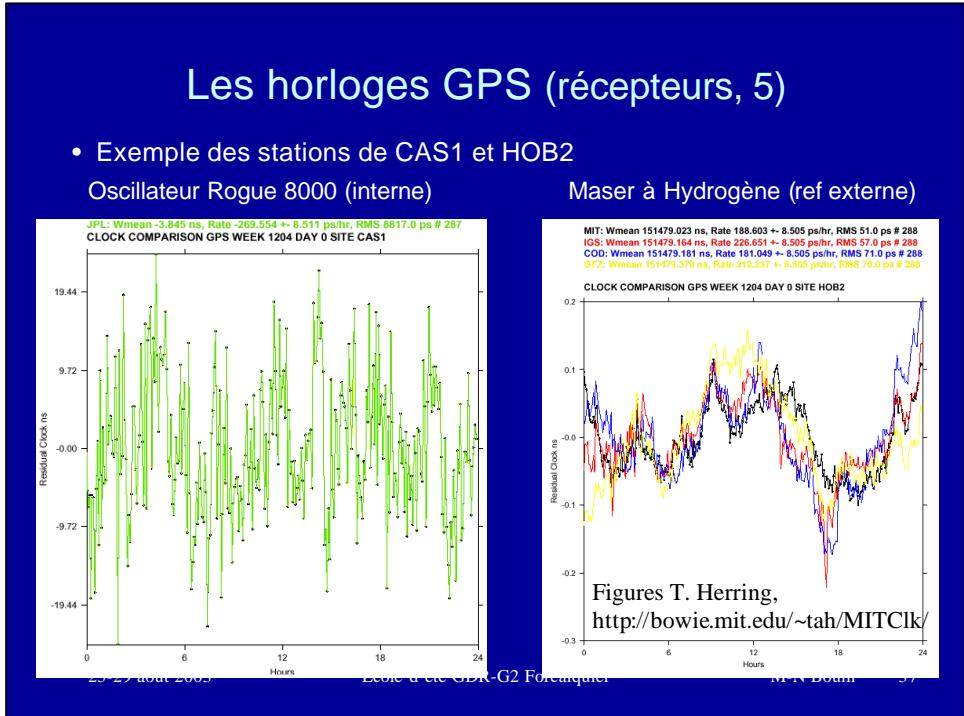
M-N Bouin 36

## Les horloges GPS (récepteurs, 5)

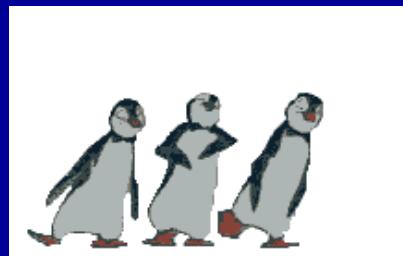
- Exemple des stations de CAS1 et HOB2

Oscillateur Rogue 8000 (interne)

Maser à Hydrogène (ref externe)



Petit détour par l'ionosphère...



## Traitement des observables

### Simple et double différences

- Si on reprend les observations de phase entre un satellite et une station, on a pour le satellite j et le récepteur i par exemple :

$$\begin{aligned} \mathbf{I} \Delta \mathbf{f}_i^j &= \mathbf{I} \Delta \mathbf{j}_i^j - \mathbf{I} \mathbf{N}_i^j \\ &= c(t_R - t_E) + c(\mathbf{d}t_i - \mathbf{d}t^j) - \mathbf{I} \mathbf{N}_i^j \\ &= L_i^j + \Delta \mathbf{r}_{iono} + \Delta \mathbf{r}_{tropo} + c(\mathbf{d}t_i - \mathbf{d}t^j) - \mathbf{I} \mathbf{N}_i^j \end{aligned}$$

- où  $\Delta\phi$  représente la mesure de phase faite par le récepteur et  $\Delta\varphi$  la distance mesurée en nombres de cycles (avec la partie entière N). Si l'on construit une simple différence de phase entre les phases mesurées sur le même satellite j par deux récepteurs i et k, on a :

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{f}_{ik}^j &= \Delta \mathbf{f}_k^j - \Delta \mathbf{f}_i^j \\ &= \frac{1}{I} (L_k^j - L_i^j) + f(\mathbf{d}t_k - \mathbf{d}t_i) - (N_k^j - N_i^j) \end{aligned}$$

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 39

## Traitement des observables (2)

### Simple et double différences

- Si on prend maintenant la différence de deux simples différences (= double différence) construites sur deux stations i et k observant en même temps les deux satellites j et l, on élimine à la fois les erreurs d'horloges des satellites et celles des récepteurs.

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{f}_{ik}^{jl} &= \Delta \mathbf{f}_{ik}^l - \Delta \mathbf{f}_{ik}^j \\ &= \frac{1}{I} (L_k^l - L_i^l - L_k^j + L_i^j) - (N_k^l - N_i^l - N_k^j + N_i^j) \end{aligned}$$

- La plupart des logiciels scientifiques font un traitement sur les doubles différences (inconvénients : on perd des observations). Si les stations sont proches (lignes de base courte) on élimine de plus les effets atmosphériques et ionosphériques. On peut construire les triples différences en différenciant les doubles différences sur des époques consécutives

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 40

## Traitement des observables (3)

### Ambiguïtés entières

- On a vu que les quantités entières de longueurs d 'ondes sur les phases doivent être évaluées. Elles le sont au cours du calcul, mais on aboutit généralement à des valeurs réelles. Puisqu 'on sait qu 'il s 'agit physiquement de nombres entiers, on peut essayer de les « résoudre » (to fix), i.e. de leur attribuer, à l 'aide d 'indicateurs statistiques, des valeurs entières.
- Les paramètres (critères de décision) qui permettent de les résoudre sont choisis par l 'utilisateur, à partir de valeurs par défaut. Décision statistique... Beaucoup d 'ambiguïtés résolues ne signifie pas un résultat plus exact.
- Plus facile si ligne de base courte (--> longueur maximale de ligne de base pour tenter la résolution)

## Traitement des observables (4)

### Sauts de cycles

- Si n 'y a pas de perte de signal, les ambiguïtés entières ont besoin d 'être déterminées une seule fois. En pratique, il y a toujours des pertes de signal, qui occasionnent des sauts de cycle : la partie entière de la phase change d 'une ou plusieurs unités sur L1 ou sur L2, d 'une époque à l 'autre.
- Les logiciels doivent détecter ces sauts, indiquer que les mesures ne peuvent plus être considérées comme continues, estimer une valeur de saut de cycle et éventuellement « recoller » les observations. Dans tous les cas --> nouvelle valeur entière.
- Etape de nettoyage des données : détection de sauts de cycles, élimination de données trop bruitées.

## Traitement des observables (5)

### Sauts de cycles

- Rappel : combinaison iono free LC ou L3

$$\mathbf{f}_{LC} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \mathbf{f}_1 - \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} \mathbf{f}_2$$
$$R_{LC} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} R_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} R_2$$
$$\mathbf{f}_{LC} = \frac{f_1}{c} \mathbf{r} + f_1 \Delta t + \frac{f_1}{c} T + \frac{f_1^2 N_1 - f_1 f_2 N_2}{f_1^2 - f_2^2}$$

- Avec les valeurs GPS, on a :

$$\mathbf{f}_{LC} = 2,546 \mathbf{f}_1 - 1,982 \mathbf{f}_2$$

$$R_{LC} = 2,546 R_1 - 1,546 R_2$$

## Traitement des observables (6)

### Sauts de cycles(suite)

- Cette combinaison linéaire L3 ou LC transforme des valeurs entières de cycles sur L1 ou L2 en valeurs réelles. Elle ne permet pas de détecter les ambiguïtés entières ou de détecter des sauts de cycles.
- La différence des pseudo distances sur L1 et L2 contient du bruit et les variations dues à l'ionosphère (cf cours sur l'ionosphère)
- La différence de phase sur L1 et sur L2, si on la convertit en une distance à partir de c, contient également du bruit et les variations de l'ionosphère, mais avec des coefficients différents de ce qui se passe sur la pseudo distance.
- Une combinaison linéaire de ces deux différences permet de se débarrasser de l'ionosphère et d'une partie du bruit, et de détecter les sauts de cycles. Combinaison de **Melbourne-Wubbena** ou "wide-lane". Facteur de mise à l'échelle pour éliminer les variations de distances

## Traitement des observables (7)

Sauts de cycles - combinaison WL

$$\begin{aligned}
 \text{mw} - \text{wl} &= \mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2 - \frac{(f_1 - f_2)}{(f_1 + f_2)} \left[ \frac{R_1}{I_1} + \frac{R_2}{I_2} \right] \\
 &= \mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2 - \frac{(f_1 - f_2)}{(f_1 + f_2)} [R_1 f_1 / c + R_2 f_2 / c] \\
 &= \left( \frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1 f_1 + f_2} \cancel{\frac{f_1 - f_2}{I_1 f_1 + f_2}} - \frac{1}{I_2 f_1 + f_2} \cancel{\frac{f_1 - f_2}{I_2 f_1 + f_2}} \right) [\mathbf{r} + c \mathbf{d}t + \Delta \mathbf{r}_{tropo}] \\
 &\quad + I_{F,1} - \frac{f_1}{f_2} I_{F,1} - \frac{1}{I_1 f_1 + f_2} I_1 - \frac{1}{I_2 f_1 + f_2} \frac{f_1^2}{f_2^2} I_1 + N_1 - N_2 \\
 &= \frac{-f_2 (f_1 + f_2) + f_1 (f_1 + f_2) - f_1 (f_1 - f_2) - f_1 (f_1 - f_2)}{I_1 f_2 (f_1 + f_2)} I_1 + N_1 - N_2 \\
 \text{mw} - \text{wl} &= N_1 - N_2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{1,f} &= -\frac{1}{I_1} I_1 = -\frac{f_1}{c} I_1 \\
 I_{2,f} &= -\frac{1}{I_2} I_2 = -\frac{f_2}{c} I_2
 \end{aligned}$$

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 45

## Traitement des observables (8)

Sauts de cycles - combinaison WL

$$\text{mw} - \text{wl} = \mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2 - \frac{(f_1 - f_2)}{(f_1 + f_2)} [R_1 f_1 / c + R_2 f_2 / c]$$

- Le terme  $Rf/c$  représente la distance en cycles. Le signe + vient de la différence de signe sur l'iono.
- Le terme en  $\Delta f/\Sigma f$  term vaut  $\sim 0,124$  pour le GPS, le bruit sur la distance est donc réduit d'un facteur 10 environ.
- Le bruit sur la phase par contre, est toujours multiplié par un facteur  $\sqrt{2}$ .
- Puisqu'on mesure la phase en cycles, on doit avoir des valeurs entières (mais bruitées) sur les doubles différences (pas en one-way).
- Permet de détecter les sauts de cycles, à condition qu'ils aient des valeurs différentes sur L1 et L2. Si le saut de cycle est le même, il faut regarder L1 et L2.
- La fréquence de WL est de  $f_1 - f_2 = 347,82$  MHz, ce qui correspond à une longueur d'onde de **86 cm** (d'où son nom, et une détection de sauts de cycles plus facile)

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 46

## Traitement des observables (8)

### Sauts de cycles - combinaison NL

- A partir de L1 et L2, on peut aussi former la combinaison dite Narrow Lane (NL)

$$nl = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2$$

- La fréquence est alors  $f=f1+f2=2803$  MHz, et la longueur d'onde 10,7 cm.
- L'intérêt est que l'on peut obtenir une plus grande précision à partir d'une partie fractionnaire (phase) de NL sur l'estimation de distance.
- Par contre, résoudre les ambiguïtés entières est plus difficile.
- Le bruit sur la phase est à nouveau magnifié d'un facteur  $\sqrt{2}$ .

25-29 août 2003

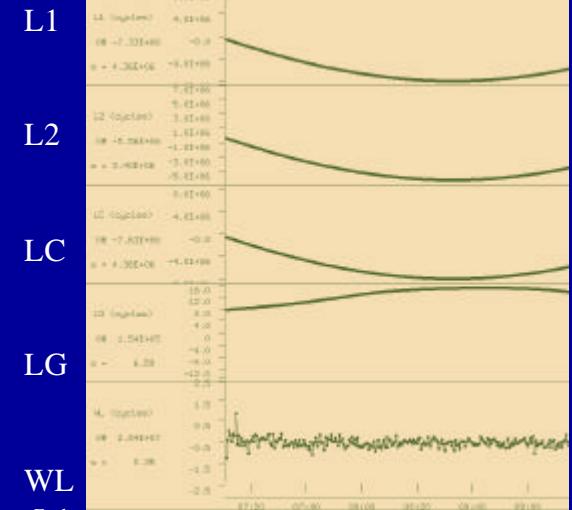
Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 47

## Traitement des observables (9)

### Sauts de cycles - exemples

Données brutes,  
one way



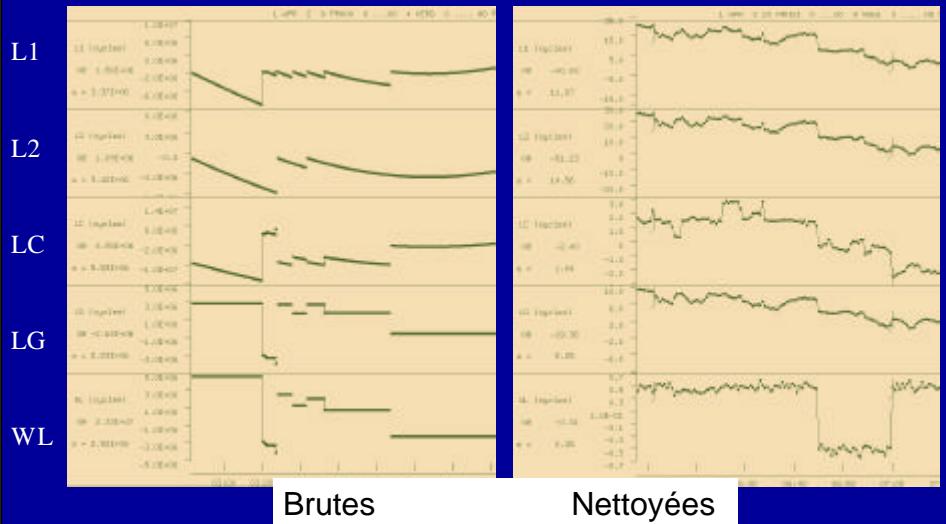
25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 48

## Traitement des observables (10)

## Sauts de cycles - exemples One-way, saut de cycle différent sur L1 et L2



25-29 août 2003

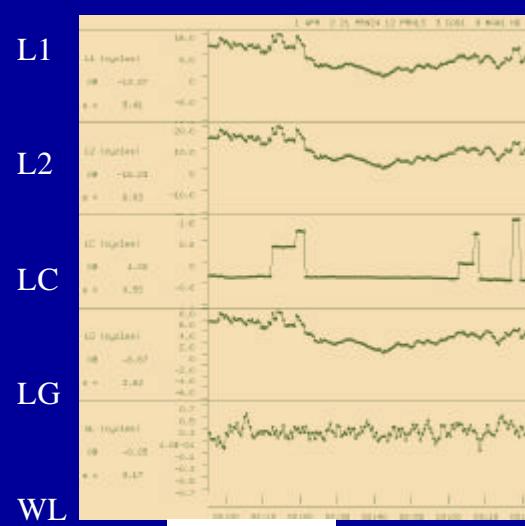
Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 49

## Traitement des observables (11)

## Sauts de cycles - exemples

Double différence, saut de cycle identique sur L1 et L2



25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

## Nettoyées

M-N Bouin 50

## Traitement GPS : estimation(1)

- Estimation par moindres carrés : la connaissance de la covariance sur les obs permet d'estimer celle sur les inconnues, même sans les obs.
- Facteur de précision géométrique = perte de précision due à la géométrie des obs (position des satellites)
- Si on estime à  $\sigma_0$  l'écart type sur les obs, la matrice de covariance sur les inconnues (position + temps) s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{s}_e^2 & \text{cov}(e,n) & \text{cov}(e,h) & \text{cov}(e,t) \\ \mathbf{s}_n^2 & & \text{cov}(n,h) & \text{cov}(n,t) \\ & & \mathbf{s}_h^2 & \text{cov}(h,t) \\ & & & \mathbf{s}_t^2 \end{pmatrix}$$

## Traitement GPS : estimation(2)

- On peut définir des facteurs de « dilution de précision » (DOP) liés uniquement à la géométrie des satellites sur une observation (1 site, 1 instant)
- PDOP : précision sur la position

$$PDOP = \frac{\sqrt{\mathbf{s}_e^2 + \mathbf{s}_n^2 + \mathbf{s}_h^2}}{\mathbf{s}_o}$$

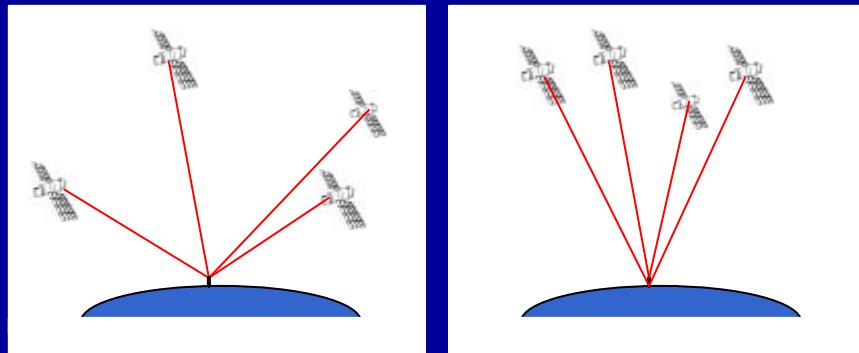
- GDOP : précision géométrique

$$GDOP = \frac{\sqrt{\mathbf{s}_e^2 + \mathbf{s}_n^2 + \mathbf{s}_h^2 + \mathbf{s}_t^2}}{\mathbf{s}_o}$$

DOP élevé (>6) =  
mauvaise  
géométrie des  
satellites

## Traitement GPS : estimation(3)

- Illustration de deux configurations correspondant à un bon et à un mauvais DOP



25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 53

## Traitement GPS : estimation(4)

- Modèle d 'estimation = moindres carrés pondérés
- Equations d 'observations + équations de contraintes.
- Observables : phases + pseudo distances, à chaque époque, pendant la durée de session (23 000 par station sur 24h, à 30s)
- Paramètres : positions (nb stations \*3), ZTDs, ambiguïtés entières, horloges, EOP, orbites... au moins qq centaines
- Modèles : modèles de physique de l 'atmosphère, modèles de marées et de charges...

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 54

## Traitement GPS : estimation(5)

### •Etapes du calcul

- Ecriture des eq d 'observations (modèle physique reliant les paramètres à estimer aux phases et PR)
  - ex : relations entre PR, positions des stations, positions des satellites, horloges, retard atmosphérique...
- Linéarisation si les eq d 'obs ne sont pas linéaires (cas GPS)
- Modèle statistique : estimation de la précision sur les observations. Construction d 'équations de contraintes (sur les positions, sur les ZTD...) --> disposer de valeurs a priori réalistes.
- Nettoyage des observations (combinaisons linéaires)
- Inversion par MC : minimisation de l 'écart entre les phases mesurées et les phases estimées à partir des orbites, des pos a priori...

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 55

## Traitement GPS : estimation(6)

### •Etapes du calcul (2)

- Vérification des résultats (résidus)
- Eventuellement itération : positions a priori insuffisantes, repondération....
- Résultats bruts à mettre en référence/combiner avec d 'autres jeux de coordonnées.

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 56

## Traitement GPS : estimation(7)

### • Ecriture des équations d'observations

- On peut écrire une observation de phase entre le satellite  $j$  et la station  $i$  à un instant donné (traduite en distance) sous la forme :

$$\Phi_i^j = \mathbf{L} \mathbf{f}_i^j = L_i^j + \Delta \mathbf{r}_{iono} + \Delta \mathbf{r}_{tropo} + MP + c(\mathbf{d}t_i - \mathbf{d}t^j) - \mathbf{L} N_i^j$$

- La « vraie » distance satellite station est  $L$

- Les distances n'étant pas linéaires, il faut linéariser autour des positions a priori (facteur de convergence de 100 à 1000, ajustement de 1m = résidu de 1 mm à 1 cm)

### • Ecriture des équations de contraintes

- ex : position

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix}$$

M-N Bouin 57

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

## Traitement GPS : estimation(8)

### • Pondération

- par l'inverse de la matrice de variance sur les observations (phases) pour les eq d'obs  $\mathbf{S}_j$
- par l'inverse de la variance sur les positions a priori  $\mathbf{S}_C$  (« contraintes »)
- problème pour les observations : tenir compte des corrélations temporelles sur les phases. On ne peut pas utiliser une matrice de covariance pleine (23000/24h). Même si on estime la durée de corrélation à 5 minutes (matrice bande)....

Solutions :

- JPL : décimer les observations à la corrélation estimée (30s --> 5 minutes)
- MIT : garder tout, une variance gonflée artificiellement pour tenir compte de la durée de corrélation (5 minutes = 10 obs =  $\sqrt[10]{10}$ )

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 58

## Traitement GPS : estimation(9)

### •Pondération(suite)

- attention aux pondérations relatives observations/contraintes
- représentativité des contraintes sur les différents paramètres / validité des modèles physiques (attention aux paramètres poubelles)
- pondération non uniforme des observations (en fonction de l 'élévation, d 'après les résidus d 'une première estimation)

### •Nettoyage

- construction des combinaisons linéaires bifréquences LC, WL
- construction des doubles différences
- détection, réparation des sauts de cycles.
- Élimination de données

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 59

## Traitement GPS : estimation(10)

### •Inversion (obtention des positions, ZTD, ambiguïtés...)

### •Vérification des résultats (indicateurs statistiques)

- RMS des résidus normalisés --> si sauts de cycles non détectés, résidus individuels. Détection de systématismes dans les résidus.
- Nombre d 'observations sur lesquelles s 'est faite l 'inversion (nettoyage)
- Ajustements : adéquation des valeurs a priori
- Nombre d 'ambiguïtés fixées ( à manier avec précaution)
- sur plusieurs sessions, « répétabilités » (attention aux contraintes sur les positions)
- variation de la répétabilité avec la longueur de la ligne de base (problème d 'orbites)

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 60

## Traitement GPS : estimation(11)

- Eventuellement : itération

- Positions a priori insuffisantes
- deuxième nettoyage en tenant compte des résidus d 'une première inversion
- résolution des ambiguïtés
- repondération des observations en fonction des résultats de la première inversion.
- Détection de problèmes liés à un satellite, une station (élimination de données ou nettoyage à la main)
- ....jusqu 'à résultat satisfaisant

- Extraction de l 'information (format SINEX pour les positions, EOP, orbites, ZTD...)

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 61

## Logiciels GPS doubles différences(1)

- Logiciel de l 'Université de Berne (AIUB) Bernese B

- Logiciel du MIT GAMIT G

- Points communs et étapes du calcul

- Génération d 'arc orbitaux (détermination des paramètres orbitaux) à partir des orbites tabulées sp3 :

- mise en évidence de problèmes (satellite, EOP, t)
  - possibilité d 'obtenir orbites sur plusieurs jours/cadence différente

- Calcul en repère inertiel

- Synchronisation des horloges de récepteurs --> modèle polynomial + résidus/époque

- Possibilité de calculer une position approchée de station par moyenne sur le code (sh\_svpos, CODSPP)

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 62

## Logiciels GPS doubles différences(2)

### •Points communs et étapes du calcul (suite)

- choix des paramètres de calcul : modèles physiques pour la troposphère, les marées, le mvt du pôle, la surcharge océanique (pas atmosphérique...), évaluer ou non paramètres (orbites, EOP, stations)
- choix des paramètres statistiques : écart-type sur les observations, sur les équations de contraintes, sur la résolution des ambiguïtés entières, tolérance pour la détection des sauts de cycles, pour l 'élimination de données (bruit, angle de coupure en élévation)
- Ecriture d 'un modèle d 'estimation, pour chaque station à l 'intérieur d 'une même session (chaque fichier d 'observation RINEX). Linéarisation des équations d 'observations (« eq aux dérivées partielles »). Formation des combinaisons linéaires utiles.
- Mise en commun des observations sur les lignes de base, formation des doubles différences.

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 63

## Logiciels GPS doubles différences(3)

### •Points communs et étapes du calcul (suite)

- Nettoyage : utilisation des différentes combinaisons linéaires, one-way, double ou triple différence. Détection des sauts de cycles, rejet (dépondération) de données bruitées.
- Ecriture des équations normales et inversion (avec ou sans résolution des ambiguïtés entières)
- Itération...
- Possibilité de scanner les résidus *CVIEW outil graphique*

### •Différences

- B : choix des lignes de base sur lesquelles se fait l 'inversion (pas de redondance) G : toutes les lignes de base, mais pondération
- Pondération par défaut des observations sur la phase (modifiable) écart-type B= 2 mm, G = 10 mm --> contraintes sur les positions

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 64

## Logiciels GPS doubles différences(4)

### •Différences (suite)

- Possibilité nettoyage manuel avec outil graphique **G**
- Second nettoyage en utilisant les résultats d 'une première inversion (*post fit*) **G**
- Pondération des observation de phase : **G** recommande une pondération uniforme, puis une pondération en fonction des résidus de la première inversion, B une pondération en fonction de l 'élévation.
- Solution contrainte et solution *décontrainte* (100m sur les positions) estimées systématiquement dans **G**
- Traitement de la troposphère : pas de modèle, MF dry Niell pour la partie estimée dans B, modèle de Saastamoinen et MF dry Niell/wet Niell dans G

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 65

## Logiciels GPS doubles différences(5)

### •Différences (fin)

- Plus d 'ambiguïtés entières fixées dans B
- Obtention des *résidus one-way avec G*
- Obtention de fichiers SINEX paramètres tropo et iono B
- Automatisation et plate-forme...

25-29 août 2003

Ecole d'été GDR-G2 Forcalquier

M-N Bouin 66

## Sources

Ce cours est une compilation de plusieurs sources, en particulier internet.

- [http://www.colorado.edu/engineering/ASEN/osen4519/ase\\_n4519.html](http://www.colorado.edu/engineering/ASEN/osen4519/ase_n4519.html) (K Larson)
- <http://bowie.mit.edu/~tah/12.540/> (T Herring)
- <http://www.eas.purdue.edu/~calais/teaching/eas591t/eas591t.html> (E Calais)
- Présentation du système GPS, cours ENSG, Serge Botton
- Introduction à la géodésie, J-Ph Dufour, ed Hermes