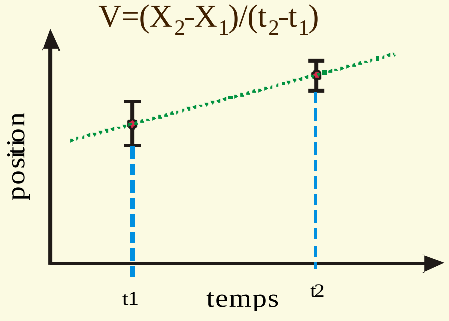
Le problème de l'estimation de la vitesse en géodésie et de son interprétation tectonique

Jean-Mathieu Nocquet

Université d'Oxford

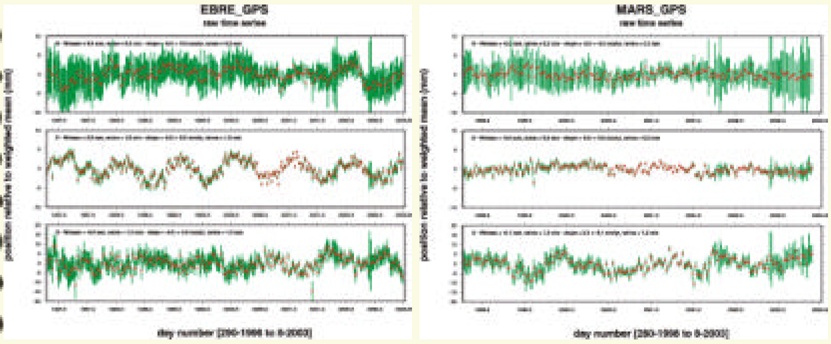
Position du problème

$V=(X_2-X_1)/(t_2-t_1)$



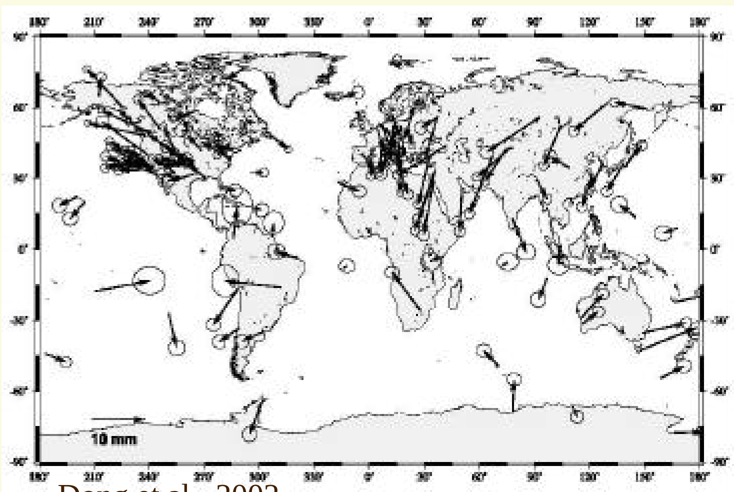
- ✓ Stabilité du repère de référence
- ✓ $\sigma_v(\Delta t)$? Caractéristique du bruit – Apport des stations permanentes

Le terme annuel dans les séries temporelles de positions



- Terme annuel, typiquement 2 mm sur les composantes horizontales (plus important sur la composante Est), 4 mm sur la composante verticales

Amplitude/phase du terme annuel sur la composante verticale

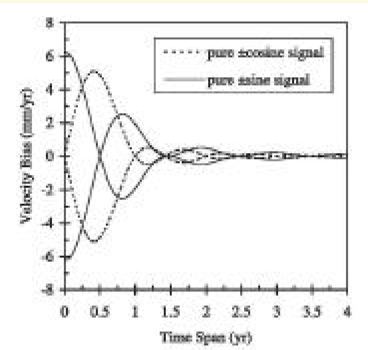


Dong et al., 2002

Significativité du terme annuel pour un réseau régional

- Résultat sur 111 stations EUREF
- Séries temporelles réalisées à partir des solutions combinées hebdomadaires EUREF
- Test de Fischer pour tester si le modèle
  $X = X_0 + (t-t_0)\, V + a \cos(\omega t + \varphi)$
  explique mieux les données que
  $X = X_0 + (t-t_0)\, V$
- Résultats : pourcentage de stations ayant un terme annuel significatif
  - 95% sur la composante Est
  - 43% sur la composante Nord
  - 57% sur la composante verticale

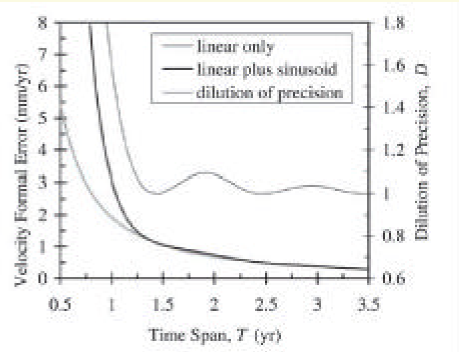
Effet du terme annuel sur l’estimation des vitesses



Biais sur l’estimation de la vitesse si l’on n’estime pas le terme annuel. Amplitude du signal annuel pris à 1 mm

Blewitt et Lavalée, 2002

Effet du terme annuel sur l'écart-type des vitesses estimées



Evolution de l'erreur formelle sur la vitesse en fonction du temps pour un bruit blanc de 4 mm sur les positions.

Blewitt et Lavalée, 2002

Effet du terme annuel sur l'estimation des vitesses

D'après Blewitt et Lavalée (2002) :

- ✓ Ne pas estimer le terme annuel introduit un biais significatif dans l'estimation de la vitesse si la durée d'observation est < 4.5 ans
- ✓ Avant 4.5 ans, il faut estimer le terme annuel, mais 2.5 ans sont nécessaires pour décorréler ces paramètres de la vitesse
- ✓ Tous les résultats géodésiques basés sur des analyses incluant moins de 2.5 ans de mesures sont à rejeter !

Contributions des différents forçages au terme annuel

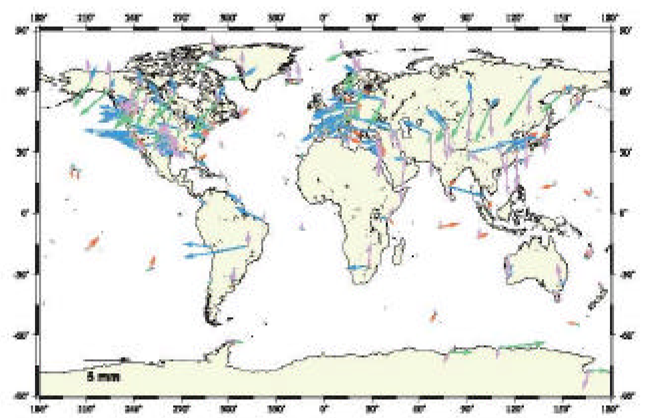
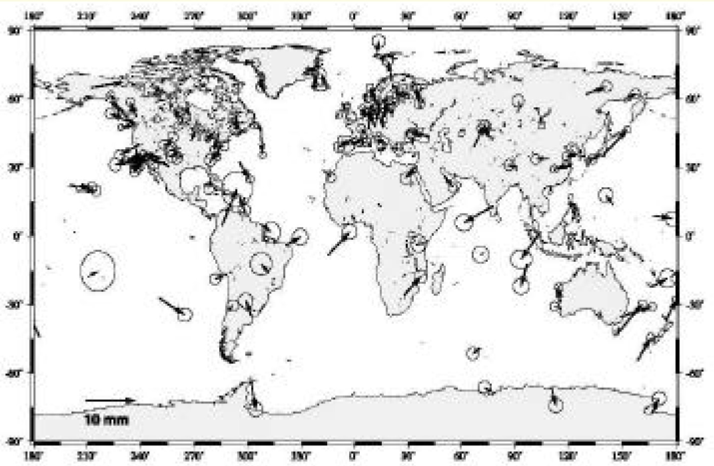


Figure 5. Atmosphere (purple arrow), nontidal ocean (red arrow), snow (green arrow), and soil wetness (blue arrow) caused vertical annual variations of site coordinates. The amplitude and phase are defined the same way as in Figure 2.

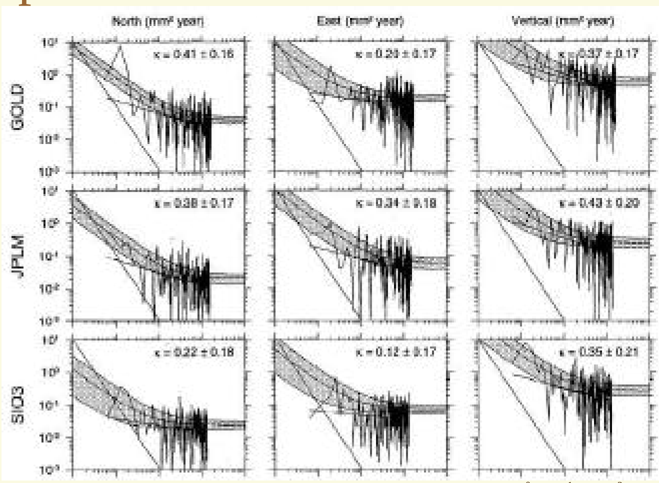
Dong et al., 2002

Amplitude du signal annuel après retrait des effets de charge modélisés



Dong et al., 2002

Spectre de puissance des séries temporelles



10^0 10^1 10^2

Zhang et al., 1997 Cycle par années

Conclusions de l'analyse du spectre de puissance

- ✓ Le bruit des séries temporelles GPS est blanc sur les périodes allant du jour à 2-3 mois
- ✓ Pour les périodes plus longues, le bruit devient coloré : il existe une corrélation temporelle long terme
- ✓ Estimer les vitesses avec un modèle de bruit blanc conduit à des erreurs formelles sous-estimant l'erreur réelle
- ✓ Il est donc nécessaire de caractériser correctement le bruit pour obtenir des erreurs formelles réalistes sur les vitesses

Caractériser le bruit

- On essaie de caractériser le comportement temporel du bruit par une loi puissance :
  - $P_x = P_0 (f/f_0)^{-\kappa}$
  - où κ est l'indice spectral
- des cas particuliers :
  - $\kappa = 0$ bruit blanc
  - $\kappa = -1$ bruit de scintillement (flicker noise)
  - $\kappa = -2$ marche aléatoire
- pour plusieurs résultats de mesures de déformation on trouve $-3 < \kappa < -1$ (bruit rouge), et le plus souvent proche de la marche aléatoire (extensomètres, inclinomètres, distancemètres)
- Une seconde caractérisation consiste à modéliser le bruit comme la somme d'un bruit blanc et d'un bruit coloré (scintillement ou marche aléatoire) et d'estimer les coefficients associés à chaque type de bruit :

  $C = \sigma^2_{\text{bruit blanc}}\, I + \sigma^2_{\text{marche aléatoire}}\, R$ (Langbein et Johnson, 1997)

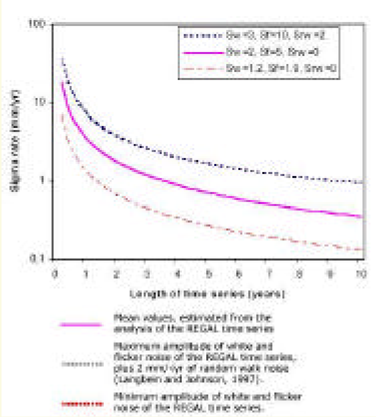
Etudes sur le bruit des séries temporelles

- pour les séries temporelles issues de mesures de distance, la marche aléatoire est interprétée comme la conséquence de petites instabilités de la monumentation de l'ordre de 1.3 mm/an$^{-1/2}$
- Zhang et al., (1997) sur le réseau permanent californien trouvent $\kappa = 0.4$
- Ils trouvent qu'un modèle incluant bruit blanc et bruit de scintillement explique le mieux les données
- Mao et al. (1999) trouvent un résultat similaire sur des données globales

Influence sur la variance des vitesses en fonction du temps

- ✓ Mao et al. (1999) proposent la formule empirique

$$\sigma_r = \left(\frac{12\,\sigma_w^2}{g\,T^3} + \frac{a\,\sigma_f^2}{g^b\,T^2} + \frac{\sigma_{rw}^2}{T} \right)^{1/2}$$

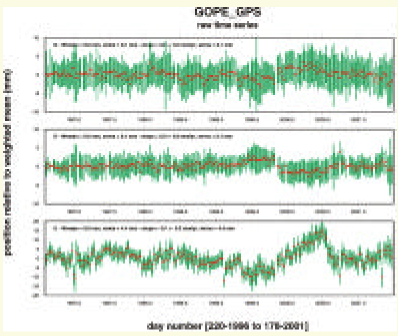


D'après Eric Calais

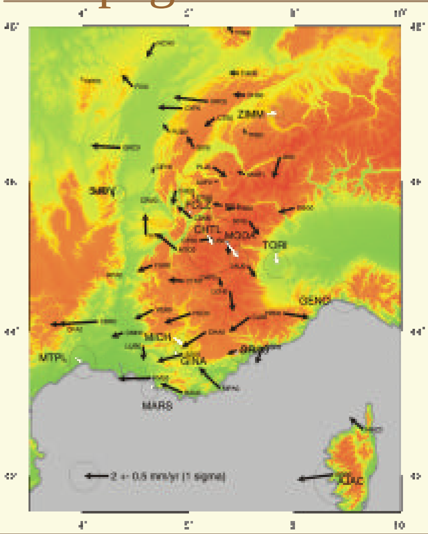
- ✓ Avec cette formule, suivant les séries temporelles des stations, les variances sur les vitesses sont entre 3 et 6 (Zhang et al., 1997) ou 5 et 11 fois (Mao et al., 1999) plus importantes que celles que l'on obtient avec une estimation de la vitesse par moindres carrés classiques (qui reposent sur une hypothèse de bruit blanc)

Les sauts dans les séries temporelles GPS

- ✓ Ils affectent un grand nombre de stations GPS, et environ 25% d'entre eux restent inexpliqués
- ✓ Ces sauts affectent principalement la composante verticale mais on les retrouve aussi sur les composantes horizontales
- ✓ Impact : biais sur la vitesse, au niveau de 1 à plusieurs mm/an

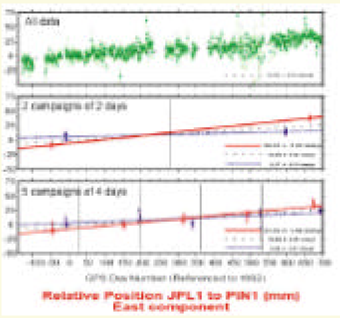


Combinaison Réseaux permanents – campagnes



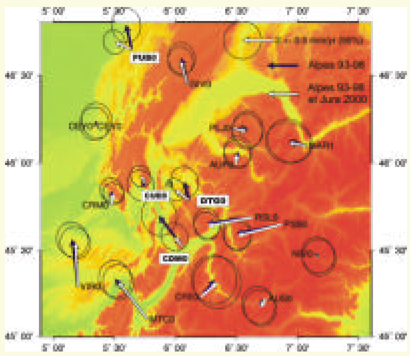
- Campagne Vigny et al., 2001
- REGAL, Calais et al., 2002

Comparaison campagnes / permanent



Wdowinski et Bock, 1995

- L'écart entre les solutions issues de simulation de campagne et la solution issue des données permanentes peut atteindre 10 mm/an !



- Cet écart est très supérieur aux écarts-type issus des solutions de campagnes

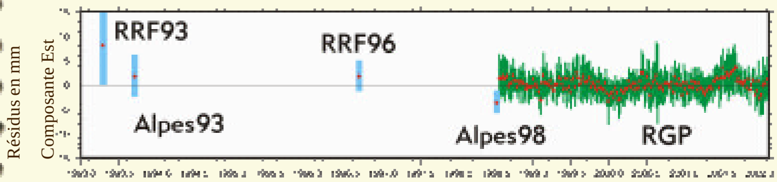
Combinaison REGAL/Alpes93-98

- ✓ réalisée avec CatRef
- ✓ Repondération des variances des solution individuelles
- ✓ Contrainte d'égalité de vitesse pour les sites proches

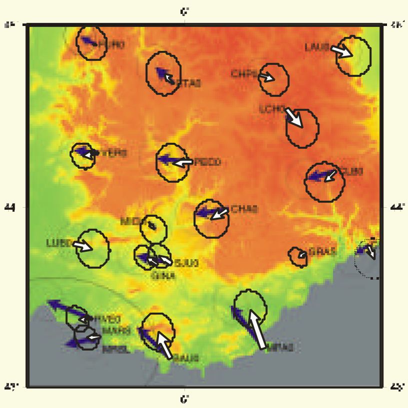
solution	nombre sites	erreur horizontal mm	erreur vertical mm	répétabilité mm	facteur dilatation variance
RRF93	28	4.7	11.	7.7	3.1
RRF96	30	3.6	10.	4.5	2.6
RHIN99	12	0.7	4.9	2.6	1.2
RHIN00	11	2.0	5.3	2.9	2.6
JURA00	15	1.1	3.5	3.6	1.9
ALP98	70	1.2	5.2	5	3.9
ALP93	54	2.4	3.4	8	3.1
RRF96-IGN	24	3.5	7.8	–	3.8

MARSEILLE

Année décimale



Combinaison REGAL/Alpes93-98



Conclusions de la combinaison

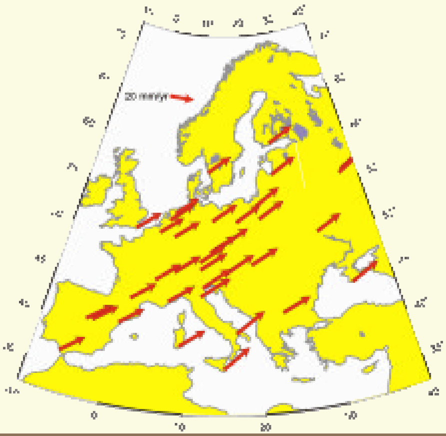
- ✓ les résultats Vigny/Calais sont compatibles
  - résidus compatibles avec les répétabilités
- ✓ erreurs formelles des campagnes sous-estiment les erreurs réelles
- ✓ rajouter une contrainte d'égalité des vitesses améliore l'homogénéité des solutions
- ✓ la solution permanente peut transmettre régionalement sa précision
  - densité / durée d'observation

Influence du système de référence

Solution	rms mm / mm/an	
	ITRF97	ITRF2000
RRF93	4.9	4.5
Alpes93	6.5	6.2
RRF96	5.5	5.5
Alpes98	2.8	2.6
Rhin99	4.9	4.2
Rhin00	5.0	4.0
Jura00	4.7	3.9
RGP	4.3/2.1	1.1/1.1
REGAL	6.3/1.6	2.1/0.8
EUREF	2.9/1.4	1.4/1.1

Analyse du champ de vitesses en vue de l'interprétation tectonique

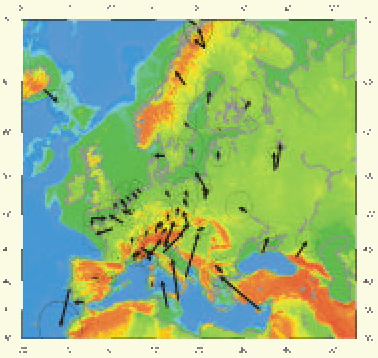
- ✓ On se donne un champ de vitesses avec sa matrice variance-covariance complète

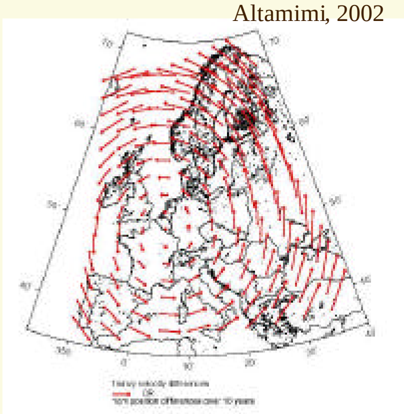


- ✓ On veut représenter les déformations dans un référentiel permettant l'interprétation tectonique
- ✓ On veut résoudre les mouvements sur des objets tectoniques à partir du champ de vitesse

Pourquoi NNR-NUVEL1A ne permet pas de définir l’intérieur stable d’une plaque tectonique pour un champ de vitesses géodésiques

Altamimi, 2002



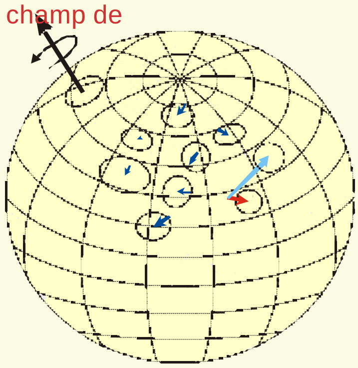


- ✓ Il peut exister une rotation régionale entre le champ de vitesse ITRF et NNR-NUVEL1A

Tests statistiques sur l’estimation d’un vecteur rotation

Si un ensemble de points se comporte de manière rigide , il est possible de modéliser le champ de vitesse par un vecteur rotation :

$$V_h = \omega \wedge OM$$



Test sur les résidus : test de Student

$$S_i = \frac{|V_i|}{\sqrt{s_0}\sqrt{(C_V)_{ii}}}$$

Test du c^2 sur les vitesses résiduelles

$$c_i^2 = V_i^t\,(C_{Vi})^{-1}\,V_i$$

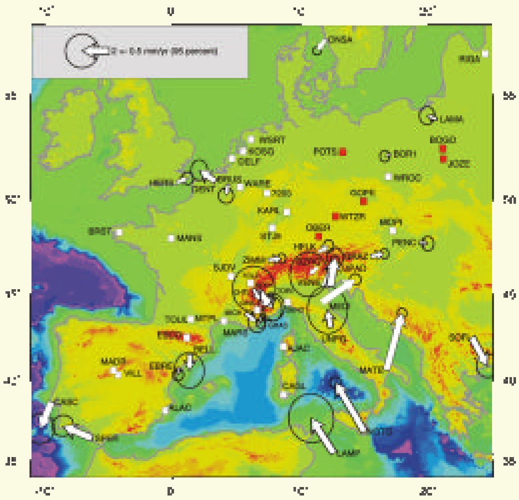
$$C_{vi} = C_u + R_iA_iC_W(R_iA_i)^t$$

Comparaison de deux estimations : test de Fisher

$$F = \frac{(c^2(p1) - c^2(p2))(p1 - p2)}{c^2(p2)/p2}$$

Exemple : test du niveau de rigidité du domaine intracontinental européen

- ✓ Algorithme de recherche des sous-ensemble stable
- ✓ Test de compatibilité des vitesses par rapport à un ensemble de site stable



Tester si des mouvements relatifs de blocs sont significatifs

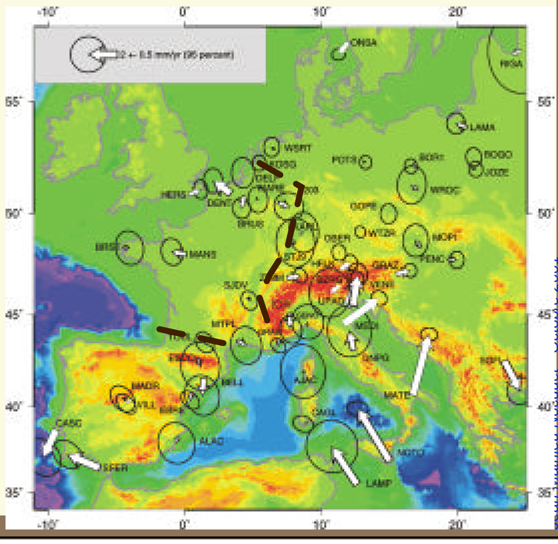
- ✓ Test de Fisher : on compare deux estimations :

1. un pôle de rotation unique pour l'ensemble des vitesses
2. deux pôles de rotation (un pour chacun des blocs)

Estimation du mouvement accommodé sur une structure en un point :

$V_{bloc1/bloc2} = \omega \wedge OM = A\,\omega$

$C_v = A\, C_\omega\, A^t$



Approches en champ de déformation

- ✓ Objectifs : passer du champ de vitesse discret au champ de déformation continu
- ✓ Problème : interpoler de manière optimale
- ✓ Approches développées :
  - Tenseurs constants sur triangulation de Delaunay
  - Approche de l'Université d'Utrecht (Thèse M. Nyst, 2001)
  - Approche de l'ETH Zürich (Thèse C. Straub, 1996)
  - Approche Cambridge (Haines, 1982, thèse C. Kremer, 2002)

Estimation du champ de déformation à partir d'un champ de vitesse

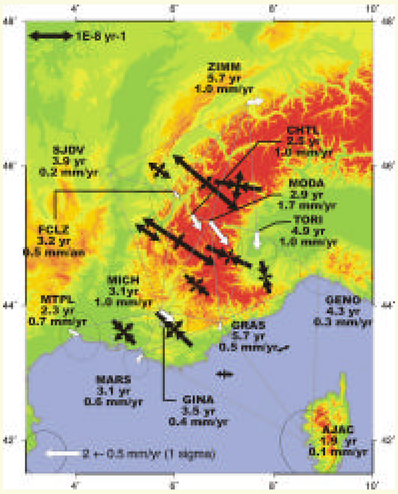
- ✓ Le tenseur gradient de vitesse est : $\overline{\overline{\nabla}}V = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{\partial V_x}{\partial y} \\ \frac{\partial V_y}{\partial x} & \frac{\partial V_y}{\partial y} \end{pmatrix}$
- ✓ Il se décompose en une partie symétrique (tenseur de déformation) et une partie antisymétrique (rotation)

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_1 &= \tfrac{1}{2}(E_{11}+E_{22})+\sqrt{\Delta} \\ \dot{\epsilon}_2 &= \tfrac{1}{2}(E_{11}+E_{22})-\sqrt{\Delta} \\ avec\quad \Delta &= \tfrac{1}{4}(E_{11}-E_{22})^2+E_{12}^2 \\ \varphi &= -\tfrac{1}{2}\arctan\left(\frac{2E_{12}}{E_{11}-E_{22}}\right) \end{aligned}$$

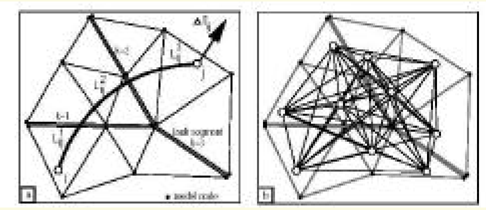
- ✓ Le tenseur de déformation est diagonalisable. Les valeurs propres expriment les direction de compression et extension maximum

$$\overline{\overline{\nabla}}V = \dot{E}+\dot{W} = \begin{bmatrix} \dot{E}_{11} & \dot{E}_{12} \\ \dot{E}_{12} & \dot{E}_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \dot{\omega} \\ \dot{\omega} & 0 \end{bmatrix}$$

Estimation du champ de déformation à partir du champ de vitesse



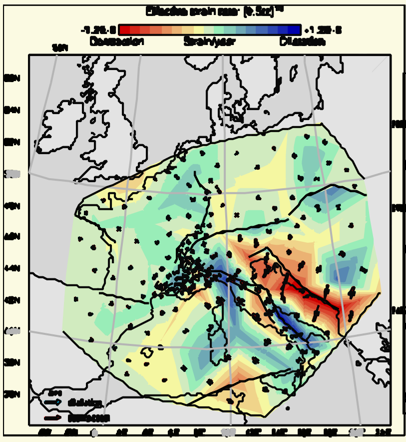
Estimation du champ de déformation à partir du champ de vitesse : méthode d'Utrecht

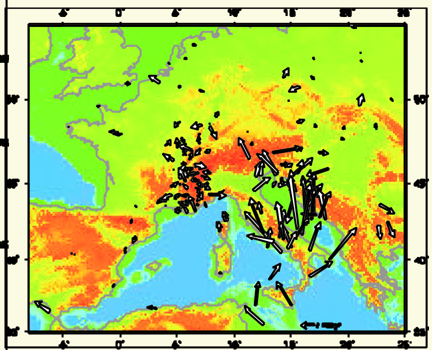


$$\Delta V_{ij} = \int_{L_{ij}} \nabla V(r)\, dr + \sum_{k=1}^{K} \alpha_k S_k(r_{ij}^k)$$

- ✓ Le système d'équations est sous-déterminé. Il est nécessaire d'ajouter des informations a priori pour inverser le système

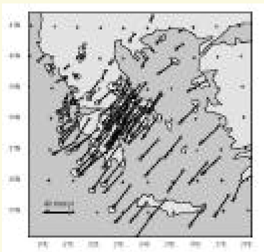
Estimation du champ de déformation à partir du champ de vitesse : méthode d'Utrecht

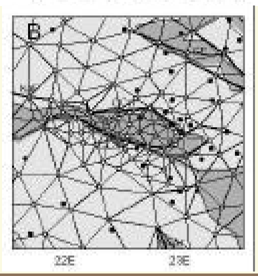


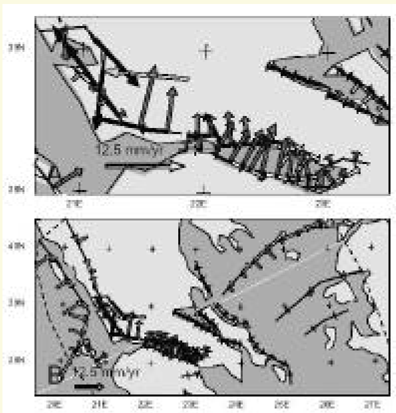


D'après A. Bos

Résolution du mouvement sur une faille







Conclusion

- ✓ C’est fini.