

# GLOBK

## Global Kalman filter VLBI and GPS analysis program

Jean-Mathieu Nocquet

Université d'Oxford



## GLOBK

---

- ✓ Développé par Tom Herring (MIT)
- ✓ Outils de manipulation et de combinaison des solutions géodésiques au niveau des quasi-observations - Filtre de Kalman
- ✓ Interfacé avec GAMIT, mais permet de combiner des solutions VLBI, LASER, d'autres solutions GPS
- ✓ 3 applications standard :
  - Combiner des solutions journalières pour obtenir une solution par campagne
  - Estimer un champ de vitesse à partir de plusieurs années d'observation
  - Réaliser des séries temporelles de positions
- ✓ Boîte d'outils pour aller vers l'interprétation géophysique
- ✓ Logiciel dangereux : il donne presque toujours un résultat !

## GLOBK - Historique

- ✓ Ecrit dans les années 80 pour l'analyse des données VLBI (Herring et al., 1991)
- ✓ Modifié pour combiner les solutions GPS (1989) et SLR (1990)
- ✓ Développement d'outils d'accompagnement du moteur
- ✓ Amélioration de la stratégie de définition du système de référence (glorg)
- ✓ Références :
  - Dong, Herring et King, J. of Geodesy, 1998
  - Manuel de Globk

## Filtre de Kalman – Principe (1)

- ✓ Introduit par Kalman en 1960
- ✓ Résolution séquentielle d'un problème linéaire par moindres carrés
- ✓  $y_t = A_t x_t + v_t$ 
  - $y_t$  : observations au temps  $t$
  - $A_t$  : matrice du modèle physique linéarisé
  - $x_t$  : vecteur des paramètres estimés
  - $v_t$  : vecteur des résidus (bruit des observations)
- ✓  $x_{t+1} = S_t x_t + w_t$ 
  - $S_t$  : matrice de transition de l'état  $t$  à  $t+1$
  - $w_t$  : vecteur de perturbation (bruit du processus)
    - $w_t = 0$  pour les paramètres non stochastiques

## Filtre de Kalman – Principe (2)

✓ La résolution de ce système dynamique est réalisée en 2 étapes :

✓ Prédiction :

$$- \mathbf{x}_{t+1}^t = \mathbf{S}_t \mathbf{x}_t^t \qquad \mathbf{C}_{t+1}^t = \mathbf{S}_t \mathbf{C}_t^t \mathbf{S}_t^T + \mathbf{W}_t$$

✓ Mise à jour

- $\mathbf{x}_{t+1}^{t+1} = \mathbf{x}_{t+1}^t + \mathbf{K}(\mathbf{y}_{t+1} - \mathbf{A}_{t+1} \mathbf{x}_{t+1}^t)$
- $\mathbf{C}_{t+1}^{t+1} = \mathbf{C}_{t+1}^t - \mathbf{K} \mathbf{A}_{t+1} \mathbf{C}_{t+1}^t$
- $\mathbf{K} = \mathbf{C}_{t+1}^t \mathbf{A}_{t+1}^T (\mathbf{V}_{t+1} + \mathbf{A}_{t+1} \mathbf{C}_{t+1}^t \mathbf{A}_{t+1}^T)^{-1}$
- $\mathbf{K}$  = gain du filtre de Kalman

## Modèle de combinaison

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{X} = & \Delta \mathbf{X}_0 + (t-t_0) \Delta \mathbf{V}_0 \\ & + \sum_k \mathbf{r}_k(t, t_k) \delta \xi_k \text{ (déplacement épisodique)} \\ & + \gamma(t) \text{ (déplacement stochastique)} \\ & + \tau_x + \lambda \mathbf{X}_0 + \mu \omega_x \\ & + (t-t_0) \tau_v + \mu(t-t_0) \omega_v \end{aligned}$$

## Contraintes et définition du système de référence

### ✓ Philosophie :

#### – Rotation :

Aucune technique géodésique ne contient l'information d'orientation du réseau

=> la rotation est toujours estimée

#### – Translation et échelle :

Pour GPS, la dynamique de l'orbite est sensible à la position du centre des masses. Cependant, cette position peut être mal résolue.

De la même manière, les observations GPS suffisent à définir le facteur d'échelle. Cependant, il est possible qu'estimer ce paramètre améliore la qualité de la solution

=> choix d'estimer ces paramètres laissé aux utilisateurs

## Traitement des contraintes

### ✓ Dans GLOBK, l'équation de contrainte est :

$$X = X_0 (C_c)$$

### ✓ La validité des contraintes appliquées est estimée à partir de l'incrément du $\chi^2$

$$\chi_c^2 = \chi_x^2 + (X_0 - X)^T (C_c + C_x)^{-1} (X_0 - X)$$

### ✓ Méthode empirique pour déterminer le niveau de contraintes

- Commencer avec des contraintes fortes
- Augmenter les contraintes jusqu'à ce que
  - les écarts-type sur les lignes de base n'augmentent plus
  - Le  $\chi_c^2$  ne décroît plus

## Stratégie de définition du système de référence sur les coordonnées

### Stratégie 1 : contraintes dans GLOBK

- ✓ Dans GLOBK, l'équation de contrainte est :
  - $X = X_0 (C_c)$
- ✓ La validité des contraintes appliquées est estimée à partir de l'incrément du  $\chi^2$ 
  - $\chi_c^2 = \chi_x^2 + (X_0 - X)^T (C_c + C_x)^{-1} (X_0 - X)$
- ✓ Méthode empirique pour déterminer le niveau de contraintes
  - Commencer avec des contraintes fortes
  - Augmenter les contraintes jusqu'à ce que
    - les écarts-type sur les lignes de base n'augmentent plus
    - Le  $\chi_c^2$  ne décroît plus
- ✓ Danger : toute erreur d'une des stations contrainte se propage à la solution (distortion du réseau)

## Stratégie de définition du système de référence sur les coordonnées

### Stratégie 2 : GLORG (stratégie préférée)

- Estimer les rotations, éventuellement les translations et l'échelle
- ✓ Module lancé indépendamment du filtre de Kalman
- ✓ Lancé à la fin de chaque itération
- ✓ Estimation des paramètres de transformation par rapport à un jeu de référence (ITRF) (Stabilisation)
- ✓ Algorithme pour repondérer les stations en fonction de leur résidus dans la transformation

## Exemple de « stabilisation » avec Glorg

```
+++++
+ GLORG Version 4.04S +
+++++
Stabilization with 50.0% constant, 50.0% site-dependent weighting
Delete sites with 4.0-sigma condition.
Height variance factor 10.00 Position, 10.00 Velocity
Min dH sigma Position 0.0050 m; Min Position RMS 0.0030 m
Min dH sigma Velocity 0.0050 m/yr; Min Velocity RMS 0.0030 m/yr

Starting stabilization iteration 1
For 8 sites in origin, min/max height sigma 59.16 87.33 mm; Median 67.11 mm, Tol 7.94 mm
Removing YELL_GPS from origin condition, height sigma 87.33 mm, Ratio Tol 2.000
Position system stabilization results
-----
X Rotation (mas) 6.48985 +- 1.76907 Iter 1
Y Rotation (mas) 5.51514 +- 2.83950 Iter 1
Z Rotation (mas) -2.78903 +- 0.61673 Iter 1
X Translation (m) 0.04711 +- 0.04285 Iter 1
Y Translation (m) -0.40873 +- 0.05498 Iter 1
Z Translation (m) 0.30527 +- 0.04604 Iter 1
MADR_GPS 1.00 BLAC_GPS 1.00 OCOT_GPS 1.00 MONU_GPS 1.00 PIN2_GPS 1.00 MOJM_GPS 1.00
DRAO_GPS 1.00
For 21 Position Iter 1 Pre RMS 0.1371 m; Post RMS 0.0139 m

Starting stabilization iteration 2
For 7 sites in origin, min/max height sigma 59.16 76.20 mm; Median 60.01 mm, Tol 5.00 mm
Removing DRAO_GPS from origin condition, height sigma 76.20 mm, Ratio Tol 2.000
.
.
Sites and relative sigmas used in stabilization
BLAC_GPS 0.90 OCOT_GPS 0.94 MONU_GPS 0.94 PIN2_GPS 0.90
```

## Liens avec les paramètres orbitaux et la rotation de la Terre

- ✓ Globk permet la combinaison simultanée des coordonnées avec les paramètres orbitaux et les paramètres de rotation de la Terre
- ✓ Aspect peu documenté (Manuel Globk)
- ✓ Les valeurs a priori utilisées pour appliquer les contraintes sur les orbites et les paramètres de rotation de la Terre doivent être en accord avec la stratégie de calcul GPS (même tables)
- ✓ les contraintes sur les orbites et les paramètres de rotation de la Terre doivent être en accord avec les contraintes imposées pour définir le système de référence sur les coordonnées

## Contraintes sur les orbites

- ✓ Possible uniquement si les paramètres orbitaux sont encore présents au niveau des quasi-observations (mode relax sous GAMIT)
- ✓ Contraindre les orbites permet de définir le système de référence (au niveau de 1-qq cm)
- ✓ Cependant cette définition est moins bonne que celle obtenue à partir de contraintes appliquées sur les stations
- ✓ Pour une solution globale, il est conseillé de dépondérer les orbites (100 m, 10 m/s)
- ✓ Pour une solution régionale, il est possible de contraindre fortement les orbites (10 cm, 1 cm/s) et de retirer ces paramètres dans la suite de l'estimation

## Contraintes sur les paramètres de rotation de la Terre

- ✓ Pour l'analyse des réseaux globaux, les contraintes peuvent être laissées lâches car la solution globale contient l'information relative au mouvement du pôle et UT1  
(ex : 100 mas, 10 mas/jour)
- ✓ Pour l'analyse des réseaux régionaux, il est possible d'appliquer des contraintes fortes sur les EOP  
(ex : 0.25 mas, 0.1 mas/jour)

## Indicateur statistique : $\delta\chi^2$

$$\delta\chi^2_{k+1} = \begin{aligned} &= \chi^2_{k+1} - \chi^2_k \\ &+ (\Delta X_{k+1/k})^T C^{-1}_{k+1/k} (\Delta X_{k+1/k}) \end{aligned}$$

où

$$\Delta X_{k+1/k} = X_{k+1} - S_k X_k$$

$$v = y_{k+1} - A_{k+1} X_k$$

Généralement,  $\delta\chi^2_{k+1} \sim 0.3$

```
Updating SV ephemeris epoch by 0.0082 years
Global 8 using 3.8 Mb. Running time 36.00 Scaling by 1.000 1.000000000
For mgloba.069 Glbf ../glbf/glob2/h9103101159_glob.glr Chi**2 NP 258 is 0.428
Orient_adj. (mas) 1991 3 10 0.19 81.73 -4.11 74.75 -5.8 84.78
Global 9 using 2.9 Mb. Running time 41.00 Scaling by 1.500 1.000000000
For mstrca.069 Glbf ../glbf/local/h9103110243_strc.glx Chi**2 NP 171 is 0.836
Orient_adj. (mas) 1991 3 11 -0.16 77.23 -4.98 70.60 -6.8 73.90
...

Updating SV ephemeris epoch by 0.0110 years
Global 15 using 3.5 Mb. Running time 71.00 Scaling by 1.000 1.000000000
For mgloba.072 Glbf ../glbf/glob3/h9103131159_glob.glr Chi**2 NP 237 is 0.375
...
```

## Utilisation du bruit stochastique de processus

- ✓ Il est utilisé dans l'étape de prédiction du filtre et définit les contraintes de changement d'une variable de l'état  $t$  à  $t+1$  :

$$x_{t+1} = S_t x_t + w_t$$

- ✓ 3 processus stochastiques (de Gauss-Markov) sont implémentés :
  - Bruit blanc : variance constante au cours du temps
  - Marche aléatoire : la différence de variance d'un état à l'autre est constante
  - Marche aléatoire intégrée : dérivée seconde de la variance d'un paramètre est constante
- ✓ Permet de prendre en compte des corrélations temporelles d'un paramètre



## Application du bruit stochastique aux coordonnées

- ✓ Sur les coordonnées des stations, introduire du bruit stochastique permet d'introduire un modèle d'erreur à dépendance temporelle
- ✓ Exemple 1 : introduire un bruit de marche aléatoire (ex.  $1 \text{ mm} \cdot \text{an}^{-1/2}$ ) permet d'obtenir une estimation plus réaliste de la variance sur la vitesse (mar\_neu)
- ✓ Exemple 2 : traitement des discontinuités (tremblement de terre) dans les séries temporelles de position : eq\_cosei, eq\_pre, eq\_post
  - Déplacement cosismique : eq\_cosei
    - date
    - Écart-type du déplacement (pour tous les sites) ou
    - $\text{Sig} = \text{Sig0} \cdot (\text{profondeur}/D)^2$
  - Déplacement postsismique
    - Période sur laquelle la marche aléatoire va être appliquée
    - Bruit de marche aléatoire en  $\text{mm}^2 / \text{jour}$
    - Dépendance temporelle

## Application du bruit stochastique aux paramètres orbitaux et aux EOP

- ✓ Sur les paramètres de rotation de la Terre et les orbites, permet de bénéficier de la continuité des modèles utilisés
  - mar\_wob, mar\_svs
- ✓ En fait, on cherche des contraintes qui soient compatibles avec celles imposées sur les coordonnées des stations, qui ne biaisent pas la solution en cas de saut dans les séries temporelles (changement d'ITRF dans les orbites) mais qui assurent une stabilité des solutions faiblement contraintes

## Stratégie MIT pour les réseaux régionaux

---

- ✓ La recommandation actuelle est d'utiliser GAMIT en mode relax : pour les orbites, les conditions initiales et les paramètres du modèle de forces pour l'intégration de l'orbite sont relâchés
- ✓ La solution régionale est ensuite combinée avec des solutions globales issues de centre IGS SOPAC. La définition du système de référence est réalisée à partir de la solution combinée

## Approche série temporelle

---

- ✓ Dans GLOBK :
  - Contraintes sur les stations : 10 m
  - Contraintes sur les orbites : 100 m
  - Contraintes sur les EOP : 100 mas
- ✓ Dans Glorg :
  - Estimer 6 paramètres de transformation avec glorg
- ✓ Lancer une seule itération du filtre de Kalman pour obtenir la solution journalière (glred et sh\_glred)

## Estimer un champ de vitesse

### ✓ Dans GLOBK :

- Contraintes sur les stations : 10 m / 10 m/an
- Contraintes sur les orbites : 100 m
- Contraintes sur les EOP : 100 mas / 10 mas/jour

### ✓ On estime les dérivées temporelles des paramètres de transformation avec glorg

### ✓ On rajoute des contraintes de continuité sur les paramètres de rotation de la Terre et les orbites à travers le bruit de processus

## Mise en oeuvre

### ✓ Données en entrées

- Liste des fichiers contenant les quasi-observations à combiner (fichier h ou SINEX)
- Les tables :
  - séries de paramètres de rotation de la Terre
  - coordonnées a priori des stations
- Les fichiers de commande ;
  - globk
  - glorg
  - eq\_file

### ✓ Données en sortie

- Les fichiers solutions (contraintes et non contraintes) contenant l'ensemble de l'information statistique
- Un fichier log
- Un fichier solution au format texte (prt)
- Des fichiers intermédiaires

## Exemple de fichier de commande (1)

```
* Fichier de commande Globk
*
* fichier pour traiter les discontinuités
eq_file provence.eq
* nom des fichiers intermédiaires
com_file @.com
srt_file @.srt
* la solution complète
out_glb PROVENCE.GLX (ecrit le fichier solution)
* fichier des coordonnées a priori (solution régionale et sites itr)
apr_file ../tables/provence.apr
apr_file ../tables/itr00_gps_eura.apr
* Options pour l'écriture des résultats dans le fichier prt
prt_opt cmds psum vsum gdlf eras
* Filtrage des solutions de mauvaise qualité
* (1) Max chi**2, (2) Max prefit diff, (3) Max rotation
max_chi 30 300 2000.0
* Contrainte dans GLOBK. Solution lâche :
* contraintes de 100 m sur les positions, 1 m/an sur les vitesses
apr_neu all 100.0 100.0 100.0 1 1 1
```

## Exemple de fichier de commande (2)

```
* Les translations sont estimées
* et un bruit stochastique est ajouté - .0005 m**2/yr = 15 mm/an-1/2
apr_tran .005 .005 .005 0 0 0
mar_tran .0025 .0025 .0025 0 0 0
* Contraintes sur les orbites
* X Y Z XDOT YDOT ZDOT DRAD YRAD ZRAD BRAD XRAD DCOS DSIN
YCOS YSIN BCOS BSIN
apr_svs all .05 .05 .05 .005 .005 .005 .01 .01 F F F F F F F F F F F F F F F F
* Contraintes sur les paramètres de rotation de la Terre
apr_wob .25 .25 .001 .001 0 0 0 0
apr_ut1 .25 .25 .001 .001 0 0
* commandes GLORG pour la définition du système de référence dans les solutions
org_cmd glorg_vel.cmd
org_opt CMDS PSUM VSUM GDLF ERAS
org_out globk_vel.org
```

## Comparaison GLOBK/CATREF

### ✓ Points forts CATREF

- utilise les matrices variance-covariance complètes
- approche contraintes minimales
- bon contrôle des résidus et des étapes de la combinaison
- modèle de combinaison rigoureux pour les combinaisons des solutions positions/vitesses

### ✓ Points forts GLOBK

- combinaison incluant les orbites, les EOP et bientôt les retards zénithaux
- le filtre de Kalman permet de traiter de gros volumes de données (ex : 7 ans solutions journalières, 40 stations ~ 24 heures)
- interface avec des outils facilitant l'interprétation géophysique

## Combinaison des solutions REGAL/RGP/EUREF et une sélection de sites de l'ITRF2000

Solution	position		velocity		scaling var. fact.
	horizontal	vertical	horizontal	vertical	
ITRF2000	0.4	3.1	0.2	1.1	1.7
EUREF_IG	0.3	2.6	0.2	2.7	5.7
RGP	0.2	2.0	0.2	3.1	5.3
REGAL	1.1	1.3	0.4	0.6	11.9

Wrms (mm et mm/an) lors de la combinaison