Detecting the tidal dissipation in the Saturnian system

B. Noyelles[1,2], A. Vienne[2,3] & W. Thuillot[2]

1 : Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix, Namur, Belgique
2 : Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides, CNRS, Observatoire de Paris, UPMC, USTL, Paris, France
3 : Laboratoire d'Astronomie de Lille, Université des Sciences et Technologies de Lille, Lille, France

Résumé

We examine the problem of detecting the observational signature of tides in the Saturnian system. We show that, because of energy transfer encouraged by the mean-motion resonances, S-1 Mimas' secular acceleration should be detected by observing S-3 Tethys instead of Mimas himself. We have a similar conclusion for the Enceladus/Dione resonance. We also show that detecting secular accelerations of these satellites will give clues on Saturn's internal dissipation, but very few information on the dissipation inside the satellites.

Introduction

Les principaux satellites de Saturne sont Mimas, Encelade, Tethys, Dioné, Rhéa, Titan, Hypérion et Japet. Jusqu'à présent, leurs mouvements sont représentés par des modèles non dissipatifs, car les dissipations dans la planète et dans les satellites ne sont pas connus. Le but de ce poster est de donner des pistes pour améliorer la détectabilité de cette dissipation dans les observations.

Propriétés des principaux satellites de Saturne

La dynamique des principaux satellites de Saturne est relativement complexe du fait de 3 résonances de moyens mouvements, d'arguments respectifs :

– $2\lambda_1 - 4\lambda_3 + \Omega_1 + \Omega_3$ entre Mimas et Téthys
– $\lambda_2 - 2\lambda_4 + \varpi_2$ entre Encelade et Dioné
– $3\lambda_6 - 4\lambda_7 + \varpi_7$ entre Titan et Hypérion

où λ désigne la longitude moyenne des satellites, ϖ leur péricentre et Ω leur noeud ascendant.

Satellites	rayon (km)	période (j)	excentricité	masse ($\times 10^{-7} M_{\saturn}$)
S-1 Mimas	198.6	0.94	0.015	0.66
S-2 Encelade	249.4	1.37	0.0048	1.9
S-3 Téthys	529.8	1.89	$< 10^{-3}$	10.9
S-4 Dioné	560	2.74	0.0022	19.3
S-5 Rhéa	764	4.52	0.0010	42.1
S-6 Titan	2575	15.95	0.0289	2455.6
S-7 Hypérion	133	21.28	0.1	0.10
S-8 Japet	718	79.33	0.0294	33.0

Paramètres physiques et dynamiques des principaux satellites de Saturne.

Les équations de marée

Les dissipations d'énergie dans la planète (Saturne) et dans chaque satellite induisent des variations séculaires des orbites, plus précisément des variations des demi-grands axes ainsi que des amortissements des excentricités. Plus précisément on a, pour le satellite i, en supposant qu'il est en rotation synchrone de période orbitale supérieure à la rotation de la planète, et que son obliquité et son inclinaison sont faibles :

$$\frac{1}{n_i}\frac{dn_i}{dt} = -\frac{9}{2}\frac{k_2^p n_i m_i R_p^5}{Q_p a_i^4 M_{\saturn}}\left[1+\frac{51}{4}e_i^2\right] + \frac{63}{2}\frac{k_2^i n_i M_{\saturn} R_i^5}{Q_i m_i a_i^4}e_i^2 \tag{1}$$

et

$$\frac{de_i}{dt} = \frac{57}{8}\frac{k_2^p n_i m_i}{Q_p M_{\saturn}}\left(\frac{R_p}{a_i}\right)^5 - \frac{21}{2}\frac{k_2^i n_i M_{\saturn}}{Q_i m_i}\left(\frac{R_i}{a_i}\right)^5 e_i \tag{2}$$

avec :
- k_2 nombre de Love
- n_i moyen mouvement moyen du satellite
- a demi-grand axe
- e excentricité
- m_i masse du satellite
- Q fonction de dissipation
- R rayon

Ces équations ont 2 parties : celle contenant le terme $\frac{k_2^p}{Q_p}$, représentant la dissipation dans la planète, et celle contenant $\frac{k_2^i}{Q_i}$, représentant la dissipation dans le satellite. On constate que la dissipation dans la planète a tendance à ralentir le satellite, tandis que le bourrelet de marée sur le satellite a l'effet contraire. On constate également que le bourrelet de marée soulevé sur le satellite n'a pas d'effet sur le moyen mouvement au degré 0 en excentricité, ceci est dû à sa rotation synchrone : lorsque qu'un satellite en rotation synchrone orbite sur une trajectoire circulaire autour de sa planète, il n'y aura aucun déphasage entre le bourrelet de marée et la direction de la planète, donc aucun effet sur la dynamique du système. C'est l'excentricité de l'orbite qui va créer un déphasage et donc avoir des effets dynamiques.
La présence d'un terme de degré 0 dans l'expression de l'effet de la dissipation dans la planète sur le satellite compense le fait que la dissipation dans la planète soit faible (Saturne est une planète gazeuse). Ainsi, il n'est pas a priori évident de savoir si l'effet de la dissipation dans la planète sera prépondérant (dans ce cas, le satellite s'éloigne de la planète) ou si c'est l'effet de la dissipation dans le satellite qui est prépondérant (dans ce cas, le satellite se rapproche de la planète). Par contre, dans l'expression des effets des dissipations sur l'excentricité, les 2 contributions étant de degré 1, il est évident que c'est l'effet de la dissipation dans le satellite qui est prépondérant, et donc que la dissipation de marée amortit l'excentricité du satellite.

Influence des résonances

Les résonances de moyen mouvement agissant dans le système des satellites de Saturne provoquent des transferts d'énergie, et donc d'accélération séculaire. Plus précisément, si on prend le cas de 2 satellites en résonance d'argument $\phi = p\lambda - (p+q)\lambda' + q_1\varpi + q_2\varpi' + q_3\Omega + q_4\Omega'$ où les p et q sont entiers, les équations dynamiques régissant leurs moyens mouvements moyens n et n' sont respectivement, après moyennisation des termes périodiques :

$$\frac{dn}{dt} = < 3pn^2\alpha m' e^{|q_1|}e'^{|q_2|}\gamma^{|q_3|}\gamma'^{|q_4|}f(\alpha)\sin\phi > + \left(\frac{dn}{dt}\right)_M \tag{3}$$

et

$$\frac{dn'}{dt} = - < 3(p+q)n'^2 m e^{|q_1|}e'^{|q_2|}\gamma^{|q_3|}\gamma'^{|q_4|}f(\alpha)\sin\phi > + \left(\frac{dn'}{dt}\right)_M \tag{4}$$

avec $\alpha = \frac{a}{a'}$ $(a' > a)$.
De

$$\begin{aligned}\ddot{\phi} &\approx p\dot{n} - (p+q)\dot{n}' \\ &= (3p^2n^2\alpha m' - 3(p+q)^2n'^2 m)e^{|q_1|}e'^{|q_2|}\gamma^{|q_3|}\gamma'^{|q_4|}f(\alpha)\sin\phi \\ &\quad + p\left(\frac{dn}{dt}\right)_M - (p+q)\left(\frac{dn'}{dt}\right)_M\end{aligned} \tag{5}$$

on déduit

$$< e^{|q_1|}e'^{|q_2|}\gamma^{|q_3|}\gamma'^{|q_4|}f(\alpha)\sin\phi > = \frac{p\left(\frac{dn}{dt}\right)_M - (p+q)\left(\frac{dn'}{dt}\right)_M}{3p^2n^2\alpha m' + 3(p+q)^2n'^2 m} \tag{6}$$

pour finalement obtenir :

$$\frac{\dot{n}}{n} = \frac{pn\alpha m'}{p^2n^2\alpha m' + (p+q)^2n'^2 m}\left((p+q)\left(\frac{dn'}{dt}\right)_M - p\left(\frac{dn}{dt}\right)_M\right) + \left(\frac{\dot{n}}{n}\right)_M \tag{7}$$

$$\frac{\dot{n}'}{n'} = \frac{(p+q)n'm}{p^2n^2\alpha m' + (p+q)^2n'^2 m}\left(p\left(\frac{dn}{dt}\right)_M - (p+q)\left(\frac{dn'}{dt}\right)_M\right) + \left(\frac{\dot{n}'}{n'}\right)_M \tag{8}$$

Ces équations deviennent, dans les cas de résonances :
– *Mimas-Téthys :*

$$\frac{\dot{n}_1}{n_1} = \frac{n_1\alpha m_3}{n_1^2\alpha m_3 + 4n_3^2 m_1}\left(2n_3\left(\frac{\dot{n}_3}{n_3}\right)_M - n_1\left(\frac{\dot{n}_1}{n_1}\right)_M\right) + \left(\frac{\dot{n}_1}{n_1}\right)_M \tag{9}$$

$$\frac{\dot{n}_3}{n_3} = 2\frac{n_3 m_1}{n_1^2\alpha m_3 + 4n_3^2 m_1}\left(n_1\left(\frac{\dot{n}_1}{n_1}\right)_M - 2n_3\left(\frac{\dot{n}_3}{n_3}\right)_M\right) + \left(\frac{\dot{n}_3}{n_3}\right)_M \tag{10}$$

– *Encelade-Dioné :*

$$\frac{\dot{n}_2}{n_2} = \frac{n_2\alpha m_4}{n_2^2\alpha m_4 + 4n_4^2 m_2}\left(2n_4\left(\frac{\dot{n}_4}{n_4}\right)_M - n_2\left(\frac{\dot{n}_2}{n_2}\right)_M\right) + \left(\frac{\dot{n}_2}{n_2}\right)_M \tag{11}$$

$$\frac{\dot{n}_4}{n_4} = 2\frac{n_4 m_2}{n_2^2\alpha m_4 + 4n_4^2 m_2}\left(n_2\left(\frac{\dot{n}_2}{n_2}\right)_M - 2\left(\frac{\dot{n}_4}{n_4}\right)_M\right) + \left(\frac{\dot{n}_4}{n_4}\right)_M \tag{12}$$

– *Titan-Hypérion :*

$$\frac{\dot{n}_6}{n_6} = \frac{3n_6\alpha m_7}{9n_6^2\alpha m_7 + 16n_7^2 m_6}\left(4n_7\left(\frac{\dot{n}_7}{n_7}\right)_M - 3n_6\left(\frac{\dot{n}_6}{n_6}\right)_M\right) + \left(\frac{\dot{n}_6}{n_6}\right)_M \tag{13}$$

$$\frac{\dot{n}_7}{n_7} = \frac{4n_7 m_6}{9n_6^2\alpha m_7 + 16n_7^2 m_6}\left(3n_6\left(\frac{\dot{n}_6}{n_6}\right)_M - 4n_7\left(\frac{\dot{n}_7}{n_7}\right)_M\right) + \left(\frac{\dot{n}_7}{n_7}\right)_M \tag{14}$$

Les 2 tableaux suivants indiquent les conséquences numériques, respectivement dans les cas Mimas/Téthys et Encelade/Dioné. On constate à chaque fois que les 2 satellites impliqués ont la même accélération séculaire, dictée par Téthys et Dioné, qui sont bien plus massifs que Mimas et Encelade. Dans le cas Titan/Hypérion, l'énorme rapport des masses (environ 9000) implique que la dissipation dans Hypérion n'a aucune influence sur son accélération séculaire.

$\left(\frac{\dot{n}_1}{n_1}\right)_M$	$\left(\frac{\dot{n}_3}{n_3}\right)_M$	$\frac{\dot{n}_1}{n_1}$	$\frac{\dot{n}_3}{n_3}$
-2×10^{-11}	-2×10^{-11}	-1.997×10^{-11}	-2×10^{-11}
-10^{-12}	-2×10^{-11}	-1.830×10^{-11}	-1.833×10^{-11}
10^{-12}	-2×10^{-11}	-1.813×10^{-11}	-1.816×10^{-11}

Effet de la résonance sur les accélérations séculaires de Mimas et Téthys.

$\left(\frac{\dot{n}_2}{n_2}\right)_M$	$\left(\frac{\dot{n}_4}{n_4}\right)_M$	$\frac{\dot{n}_2}{n_2}$	$\frac{\dot{n}_4}{n_4}$
-2×10^{-11}	-10^{-11}	-1.137×10^{-11}	-1.135×10^{-11}
10^{-11}	-10^{-11}	-7.300×10^{-12}	-7.290×10^{-12}

Effet de la résonance sur les accélérations séculaires d'Encelade et Dioné.

Détectabilité des effets de marée

On souhaite pouvoir détecter cette accélération séculaire dans les observations, ce qui implique un décalage entre la longitude des satellites telle qu'elle est observée et celle prévue par les modèles, qui sont pour l'instant non dissipatifs. Ceci implique notamment d'utiliser des observations précises. Le tableau suivant indique les précisions moyennes des observations des principaux satellites de Saturne :

satellite	observations classiques		phénomènes mutuels	
S-1 Mimas	130 mas	910 km	37 mas	259 km
S-2 Encelade	100 mas	700 km	29 mas	203 km
S-3 Téthys	70 mas	490 km	23 mas	161 km
S-4 Dioné	70 mas	490 km	23 mas	161 km
S-5 Rhéa	70 mas	490 km	28 mas	196 km
S-6 Titan	70 mas	490 km	48 mas	336 km

Précision moyenne des observations

Le tableau suivant donne une évaluation du temps nécessaire pour que la déviation séculaire estimée atteigne la précision des observations classiques. Ces temps sont à rapprocher de l'intervalle de temps sur lequel nous avons des observations astrométriques des principaux satellites de Saturne : 1874-2007, soit 133 ans.

satellite	$\left(\frac{\dot{n}}{n}\right)_M$ estimé	déviation séculaire $(km.siecle^{-2})$	t estimé (ans)
S-1 Mimas	-2×10^{-11}	45	338
S-2 Encelade	-10^{-11}	20	451
S-3 Téthys	-2×10^{-11}	36	300
S-4 Dioné	-10^{-11}	16	451
S-5 Rhéa	-10^{-13}	0.13	5400
S-6 Titan	5×10^{-13}	0.44	3900

Évaluations du temps nécessaire pour observer les accélérations de marée, estimé à partir des observations classiques.

On constate que l'accélération séculaire la plus facile à détecter est a priori celle de Téthys, contrairement à ce que pensaient certains auteurs qui ont cherché une accélération séculaire à Mimas.

Conclusion

Actuellement, les accélérations séculaires des satellites de Saturne ne sont pas connues, et c'est probablement celle de Téthys qui sera la première connue. Il est à noter que l'accélération séculaire de Téthys est uniquement due à la dissipation dans Saturne. En effet, l'orbite de Téthys est très peu excentrique, donc l'effet du bourrelet de marée soulevé sur le satellite est quasi-nul. Ainsi, la connaissance de l'accélération séculaire de Téthys permettra d'évaluer la dissipation dans Saturne, et ainsi permettra de connaître les dissipations dans les autres satellites lorsque leurs accélérations séculaires seront connues.