

L'inégalité de De Haerdtl

Une richesse dynamique insoupçonnée dans le système des Galiléens

B. Noyelles^{1,2} A. Vienne²

¹Université Jinan
Canton (CHINE)

²IMCCE
Lille

SF2A 2006
Astronomie Fondamentale

Plan

- 1 La dynamique des galiléens
 - Une grande richesse dynamique
 - Différents modèles d'évolution
- 2 Étude de l'inégalité de De Haerdtl
 - Philosophie
 - Méthode
 - Le chaos
- 3 Résultats
 - Conditions d'apparition du chaos
 - Identification
- 4 Perspectives

Plan

- 1 **La dynamique des galiléens**
 - Une grande richesse dynamique
 - Différents modèles d'évolution
- 2 Étude de l'inégalité de De Haerdtl
 - Philosophie
 - Méthode
 - Le chaos
- 3 Résultats
 - Conditions d'apparition du chaos
 - Identification
- 4 Perspectives

Une résonance et d'autres choses. . .

4 gros satellites : Io, Europe, Ganymède, Callisto

- 3 termes en libration

$$\lambda_1 - 2\lambda_2 + \varpi_1$$

$$\lambda_1 - 2\lambda_2 + \varpi_2$$

$$\lambda_2 - 2\lambda_3 + \varpi_2$$

- la résonance laplacienne

$$\lambda_1 - 3\lambda_2 + 2\lambda_3 \text{ (2059 jours, Lainey et al. 2006)}$$

- l'inégalité de De Haerdtl

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 \text{ (circulation en 22 ans)}$$

Une résonance et d'autres choses. . .

4 gros satellites : Io, Europe, Ganymède, Callisto

- 3 termes en libration

$$\lambda_1 - 2\lambda_2 + \varpi_1$$

$$\lambda_1 - 2\lambda_2 + \varpi_2$$

$$\lambda_2 - 2\lambda_3 + \varpi_2$$

- la résonance laplacienne

$$\lambda_1 - 3\lambda_2 + 2\lambda_3 \text{ (2059 jours, Lainey et al. 2006)}$$

- l'inégalité de De Haerdtl

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 \text{ (circulation en 22 ans)}$$

Une résonance et d'autres choses. . .

4 gros satellites : Io, Europe, Ganymède, Callisto

- 3 termes en libration

$$\lambda_1 - 2\lambda_2 + \varpi_1$$

$$\lambda_1 - 2\lambda_2 + \varpi_2$$

$$\lambda_2 - 2\lambda_3 + \varpi_2$$

- la résonance laplacienne

$$\lambda_1 - 3\lambda_2 + 2\lambda_3 \text{ (2059 jours, Lainey et al. 2006)}$$

- l'inégalité de De Haerdtl

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 \text{ (circulation en 22 ans)}$$

L'inégalité de De Haerdtl... idéalisée

pas moins de 19 arguments...

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + 4\varpi_3$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + 3\varpi_3 + \varpi_4$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + 2\varpi_3 + 2\varpi_4$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + \varpi_3 + 3\varpi_4$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + 4\varpi_4$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + 2\varpi_3 + \Omega_3 + \Omega_4$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + 2\varpi_4 + \Omega_3 + \Omega_4$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + \varpi_3 + \varpi_4 + 2\Omega_3$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + \varpi_3 + \varpi_4 + \Omega_3 + \Omega_4$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + \varpi_3 + \varpi_4 + 2\Omega_4$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + 4\Omega_3$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + 3\Omega_3 + \Omega_4$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + 2\Omega_3 + 2\Omega_4$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + \Omega_3 + 3\Omega_4$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + 4\Omega_4$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + 2\varpi_3 + 2\Omega_3$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + 2\varpi_3 + 2\Omega_4$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + 2\varpi_4 + 2\Omega_3$$

$$3\lambda_3 - 7\lambda_4 + 2\varpi_4 + 2\Omega_4$$

Les modes propres (1)

$$z_3 = e_3 \exp(\sqrt{-1}\omega_3)$$

amplitude	période	identification
1530 km	135.2 ans	ν_3
826 km	536.5 ans	ν_4
632 km	1.3 ans	$\lambda_1 - 2\lambda_2$

Impossible d'assimiler les nœuds et péricentres aux éléments propres.

Les modes propres (2)

$$\zeta_4 = \sin \frac{i_4}{2} \exp(\sqrt{-1} \delta \Omega_4)$$

amplitude	période	identification
14471 km	∞	ν_0
8457 km	562.9 ans	ν_8
981 km	137.7 ans	ν_7

Grande influence du plan laplacien.

Plan

- 1 La dynamique des galiléens
 - Une grande richesse dynamique
 - Différents modèles d'évolution
- 2 Étude de l'inégalité de De Haerdtl
 - Philosophie
 - Méthode
 - Le chaos
- 3 Résultats
 - Conditions d'apparition du chaos
 - Identification
- 4 Perspectives

Différents modèles d'évolution

Formation de la résonance laplacienne

- Méthodes analytiques (années 80)
Formation de résonances 2 :1 successives : Yoder, Peale, Henrard
Résonance primordiale : Greenberg
- Méthodes numériques
Malhotra (1991), Showman & Malhotra (1997) : les satellites ont connu d'autres résonances d'ordre 2
Lee & Peale (2002) : origine primordiale de la résonance laplacienne (utilisation du modèle de Canup & Ward)

Différents modèles d'évolution

Formation de la résonance laplacienne

- Méthodes analytiques (années 80)
Formation de résonances 2 :1 successives : Yoder, Peale, Henrard
Résonance primordiale : Greenberg
- Méthodes numériques
Malhotra (1991), Showman & Malhotra (1997) : les satellites ont connu d'autres résonances d'ordre 2
Lee & Peale (2002) : origine primordiale de la résonance laplacienne (utilisation du modèle de Canup & Ward)

Différents modèles d'évolution

Formation de la résonance laplacienne

- Méthodes analytiques (années 80)
Formation de résonances 2 :1 successives : Yoder, Peale, Henrard
Résonance primordiale : Greenberg
- Méthodes numériques
Malhotra (1991), Showman & Malhotra (1997) : les satellites ont connu d'autres résonances d'ordre 2
Lee & Peale (2002) : origine primordiale de la résonance laplacienne (utilisation du modèle de Canup & Ward)

Différents modèles d'évolution

Formation de la résonance laplacienne

- Méthodes analytiques (années 80)
Formation de résonances 2 :1 successives : Yoder, Peale, Henrard
Résonance primordiale : Greenberg
- Méthodes numériques
Malhotra (1991), Showman & Malhotra (1997) : les satellites ont connu d'autres résonances d'ordre 2
Lee & Peale (2002) : origine primordiale de la résonance laplacienne (utilisation du modèle de Canup & Ward)

Plan

- 1 La dynamique des galiléens
 - Une grande richesse dynamique
 - Différents modèles d'évolution
- 2 **Étude de l'inégalité de De Haerdtl**
 - **Philosophie**
 - Méthode
 - Le chaos
- 3 Résultats
 - Conditions d'apparition du chaos
 - Identification
- 4 Perspectives

Philosophie de l'étude

- Motivation
Inégalité jamais prise en compte dans les précédentes études
- Focalisation sur cette inégalité, avant la formation de la résonance laplacienne

Philosophie de l'étude

- Motivation
Inégalité jamais prise en compte dans les précédentes études
- Focalisation sur cette inégalité, avant la formation de la résonance laplacienne

Plan

- 1 La dynamique des galiléens
 - Une grande richesse dynamique
 - Différents modèles d'évolution
- 2 **Étude de l'inégalité de De Haerdtl**
 - Philosophie
 - **Méthode**
 - Le chaos
- 3 Résultats
 - Conditions d'apparition du chaos
 - Identification
- 4 Perspectives

Utilisation d'outils numériques

- Intégration du mouvement des 4 satellites galiléens, sur de grandes échelles de temps (de l'ordre du million d'années)
- Séparation analytique des différents termes (Duriez 2000)
- Utilisation de l'intégrateur d'Adams-Bashforth-Moulton (ordre 10)

Utilisation d'outils numériques

- Intégration du mouvement des 4 satellites galiléens, sur de grandes échelles de temps (de l'ordre du million d'années)
- Séparation analytique des différents termes (Duriez 2000)
- Utilisation de l'intégrateur d'Adams-Bashforth-Moulton (ordre 10)

Utilisation d'outils numériques

- Intégration du mouvement des 4 satellites galiléens, sur de grandes échelles de temps (de l'ordre du million d'années)
- Séparation analytique des différents termes (Duriez 2000)
- Utilisation de l'intégrateur d'Adams-Bashforth-Moulton (ordre 10)

Les variables

- Pour chaque satellite :
 - a_i : demi grand axe
 - $h_i = e_i \cos(\sqrt{-1}\varpi_i)$
 - $k_i = e_i \sin(\sqrt{-1}\varpi_i)$
 - $p_i = \sin \frac{i_i}{2} \cos(\sqrt{-1}\delta\Omega_i)$
 - $q_i = \sin \frac{i_i}{2} \sin(\sqrt{-1}\delta\Omega_i)$
- 21ème variable : $3\lambda_3 - 7\lambda_4$

Les variables

- Pour chaque satellite :
 - a_i : demi grand axe
 - $h_i = e_i \cos(\sqrt{-1}\varpi_i)$
 - $k_i = e_i \sin(\sqrt{-1}\varpi_i)$
 - $p_i = \sin \frac{i_i}{2} \cos(\sqrt{-1}\Omega_i)$
 - $q_i = \sin \frac{i_i}{2} \sin(\sqrt{-1}\Omega_i)$
- 21ème variable : $3\lambda_3 - 7\lambda_4$

Les effets pris en compte

- Aplatissement de Jupiter (J_2 , J_4 , J_2^2)
- Perturbations séculaires des 4 satellites
- Perturbations séculaires solaires
solution de Laskar (1988)
- Inégalité de De Haerdtl

Les effets pris en compte

- Aplatissement de Jupiter (J_2 , J_4 , J_2^2)
- Perturbations séculaires des 4 satellites
- Perturbations séculaires solaires
solution de Laskar (1988)
- Inégalité de De Haerdtl

Les effets pris en compte

- Aplatissement de Jupiter (J_2 , J_4 , J_2^2)
- Perturbations séculaires des 4 satellites
- Perturbations séculaires solaires
solution de Laskar (1988)
- Inégalité de De Haerdtl

Les effets pris en compte

- Aplatissement de Jupiter (J_2 , J_4 , J_2^2)
- Perturbations séculaires des 4 satellites
- Perturbations séculaires solaires
solution de Laskar (1988)
- Inégalité de De Haerdtl

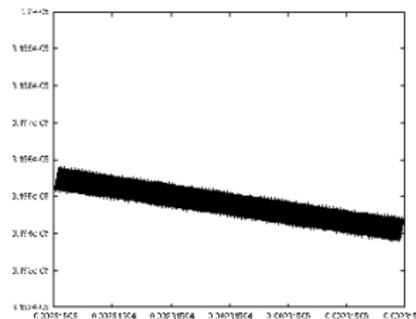
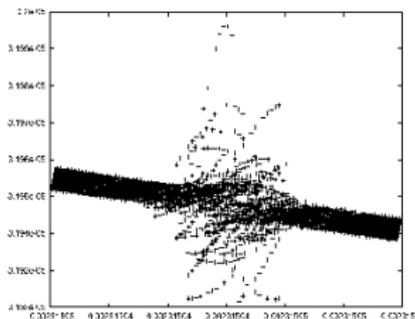
Plan

- 1 La dynamique des galiléens
 - Une grande richesse dynamique
 - Différents modèles d'évolution
- 2 **Étude de l'inégalité de De Haerdtl**
 - Philosophie
 - Méthode
 - **Le chaos**
- 3 Résultats
 - Conditions d'apparition du chaos
 - Identification
- 4 Perspectives

Le chaos

Détection et identification pour $\alpha \in [0.56826; 0.56859]$

- Utilisation de cartes de fréquence (Laskar et al. 1992)

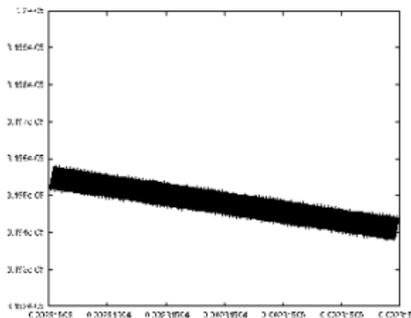
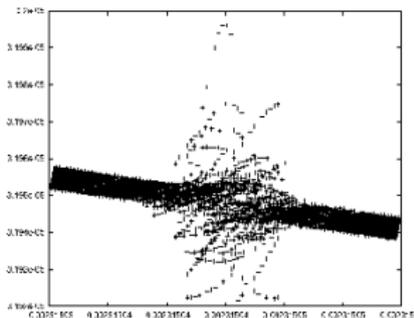


- Identification par reconstruction des termes (Laskar 1990)

Le chaos

Détection et identification pour $\alpha \in [0.56826; 0.56859]$

- Utilisation de cartes de fréquence (Laskar et al. 1992)



- Identification par reconstruction des termes (Laskar 1990)

Plan

- 1 La dynamique des galiléens
 - Une grande richesse dynamique
 - Différents modèles d'évolution
- 2 Étude de l'inégalité de De Haerdtl
 - Philosophie
 - Méthode
 - Le chaos
- 3 **Résultats**
 - **Conditions d'apparition du chaos**
 - Identification
- 4 Perspectives

Conditions d'apparition du chaos

Influence des excentricités et inclinaisons

- Paramètres actuels

	valeur	partie forcée	partie libre
e_3	1.53×10^{-3}	9.6×10^{-4}	5.7×10^{-4}
γ_3	1.93×10^{-3}	7.9×10^{-4}	1.14×10^{-3}
e_4	7.37×10^{-3}	2.1×10^{-4}	7.16×10^{-3}
γ_4	3.93×10^{-3}	3.93×10^{-3}	faible

- Si e_4 est petit, chaos important pour $e_3 > 3 \times 10^{-3}$
- Avec $e_3 \approx 1.5 \times 10^{-3}$, chaos important pour $e_4 > 3 \times 10^{-3}$
- MAIS toujours du chaos car inclinaisons significatives
→ influence de l'obliquité de Jupiter

Conditions d'apparition du chaos

Influence des excentricités et inclinaisons

- Paramètres actuels

	valeur	partie forcée	partie libre
e_3	1.53×10^{-3}	9.6×10^{-4}	5.7×10^{-4}
γ_3	1.93×10^{-3}	7.9×10^{-4}	1.14×10^{-3}
e_4	7.37×10^{-3}	2.1×10^{-4}	7.16×10^{-3}
γ_4	3.93×10^{-3}	3.93×10^{-3}	faible

- Si e_4 est petit, chaos important pour $e_3 > 3 \times 10^{-3}$
- Avec $e_3 \approx 1.5 \times 10^{-3}$, chaos important pour $e_4 > 3 \times 10^{-3}$
- MAIS toujours du chaos car inclinaisons significatives
→ influence de l'obliquité de Jupiter

Conditions d'apparition du chaos

Influence des excentricités et inclinaisons

- Paramètres actuels

	valeur	partie forcée	partie libre
e_3	1.53×10^{-3}	9.6×10^{-4}	5.7×10^{-4}
γ_3	1.93×10^{-3}	7.9×10^{-4}	1.14×10^{-3}
e_4	7.37×10^{-3}	2.1×10^{-4}	7.16×10^{-3}
γ_4	3.93×10^{-3}	3.93×10^{-3}	faible

- Si e_4 est petit, chaos important pour $e_3 > 3 \times 10^{-3}$
- Avec $e_3 \approx 1.5 \times 10^{-3}$, chaos important pour $e_4 > 3 \times 10^{-3}$
- MAIS toujours du chaos car inclinaisons significatives
→ influence de l'obliquité de Jupiter

Conditions d'apparition du chaos

Influence des excentricités et inclinaisons

- Paramètres actuels

	valeur	partie forcée	partie libre
e_3	1.53×10^{-3}	9.6×10^{-4}	5.7×10^{-4}
γ_3	1.93×10^{-3}	7.9×10^{-4}	1.14×10^{-3}
e_4	7.37×10^{-3}	2.1×10^{-4}	7.16×10^{-3}
γ_4	3.93×10^{-3}	3.93×10^{-3}	faible

- Si e_4 est petit, chaos important pour $e_3 > 3 \times 10^{-3}$
- Avec $e_3 \approx 1.5 \times 10^{-3}$, chaos important pour $e_4 > 3 \times 10^{-3}$
- MAIS toujours du chaos car inclinaisons significatives
→ influence de l'obliquité de Jupiter

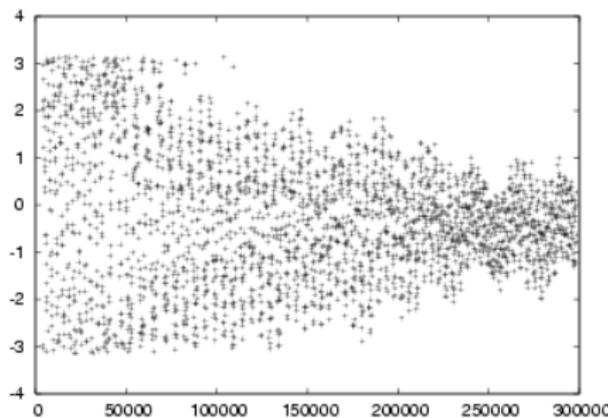
Plan

- 1 La dynamique des galiléens
 - Une grande richesse dynamique
 - Différents modèles d'évolution
- 2 Étude de l'inégalité de De Haerdtl
 - Philosophie
 - Méthode
 - Le chaos
- 3 **Résultats**
 - Conditions d'apparition du chaos
 - **Identification**
- 4 Perspectives

Identification des termes responsables du chaos

La méthode

- Identification des fréquences propres du système
- Reconstruction et visualisation des arguments vérifiant $3\lambda_3 - 7\lambda_4 + \sum q_i \nu_i$ avec $\sum q_i = 4$



La suite...

- Identification de tous les arguments inducteurs de chaos
- Élaboration de scénarii d'évolution dynamique des galiléens
Ces scénarii devront inclure la différenciation de Ganymède et l'évolution de l'obliquité de Jupiter...

La suite...

- Identification de tous les arguments inducteurs de chaos
- Élaboration de scénarii d'évolution dynamique des galiléens
Ces scénarii devront inclure la différenciation de Ganymède et l'évolution de l'obliquité de Jupiter...